

## 【論文】

# 地下構造物周辺岩盤の力学物性値の空間分布推定のための 自己組織型状態空間モデルによるデータ同化

奥野哲夫

深田地質研究所

Data assimilation using a self-organizing state space model for estimating spatial distribution of mechanical properties of rock masses surrounding underground structures

OKUNO Tetsuo

Fukada Geological Institute

要旨：事前調査に限界のある地下構造物周辺岩盤の力学物性値は、岩種、風化の程度、亀裂分布などの違いに加え断層や破砕帯の存在など未知の地質構造等の影響により、事前に設定した数値解析モデルに多様なモデル誤差が存在する可能性がある。これに対処するため、著者はデータ同化手法に時系列解析で提案されている「自己組織型状態空間モデル」を3次元確率場に応用した新しい手法を提案している。未知の地質構造等による数値解析のモデル誤差は事前に推定が困難なため、本手法ではそれをシステムノイズとして自動的かつ同時に推定する。また施工中に得られた地質学的知見や情報をモデルに直接反映させることも可能である。本論文では本手法の特徴を解説すると共に、予備的検討として3次元ガウス確率場に限定した弾性係数の空間分布推定結果を例示する。また本来の目的である多様な地質構造等に適用するため、非ガウス性や非線形性への適用について展望する。

キーワード：データ同化、岩盤、自己組織型状態空間モデル、不均質性、力学物性値

The mechanical properties of rock masses surrounding underground structures, for which preliminary investigations are limited, may have various model errors in pre-established numerical analysis models due to differences in rock type, degree of weathering, and crack distribution, as well as the influence of unknown geological structures such as the presence of faults and fracture zones. To address this issue, the authors propose a new data assimilation method that applies the “self-organizing state space model” proposed in time series analysis to 3D random fields. Because it is difficult to estimate numerical analysis model errors due to unknown geological structures in advance, this method automatically and simultaneously estimates them as system noise. It is also possible to directly reflect geological knowledge and information obtained during construction in the model. This paper explains the features of this method and, as a preliminary study, provides examples of the spatial distribution estimation results of elastic moduli limited to 3D Gaussian random fields. Furthermore, to achieve the original objective of applying this method to diverse geological structures, its application to non-Gaussian and nonlinearity of the system model are prospected.

Keywords: data assimilation, rock masses, self-organizing state space model, inhomogeneity, mechanical properties

## 1. はじめに

山岳トンネルに代表される地下構造物では、事前の地表踏査、水文調査、地表面からの弾性波探査や極めて限られた数のボーリング調査などが行われる場合はあるが、施工区間の岩盤の力学物性値のデータを事前に直接得られることはほとんどない。弾性波探査やボーリング調査などから推定されるトンネル縦断面の地質断面図は、概略の地質区分を知る重要な情報であるが、不均質性が顕著な岩盤領域では地質区分境界の位置や領域の力学物性値が十分な精度で得られることは稀である。

このため施工時の計測データなどの援用により、切羽前方の岩盤の変形挙動の予測精度の向上や施工後の支保工の健全性評価を目的に、従来から逆解析手法が用いられることがある。施工を進めながら得られる変位などの計測データから周辺岩盤の弾性係数などの力学物性値を推定し、それを用いてその後の施工時の変形挙動を予測するとともに、必要に応じて対策工などを検討するもので、広義には情報化施工として現場に取り入れられている。山岳トンネルに限らず他の地盤・岩盤構造物でも同様のアプローチが用いられる場合があり、さらなる技術開発が試みられている。その一つとしてデータ同化手法の適用性や改良が地盤・岩盤工学の分野でも進められている（例えば、村上ら, 2009; Aono, et.al, 2025; 石井ら, 2025）。

特にトンネル工学分野では、計測データが得られるタイミングやその結果をトンネル施工に反映させるまでの時間的制約がある。さらにトンネル切羽前方の新たな岩盤領域を掘進しながら地下での狭隘な線状空間で同様の計測が繰り返されるという特徴を考慮した効率的なデータ同化手法が望まれる。また、不均質な岩盤物性の評価におい

て、岩種、風化の程度、亀裂分布などの違いに加え断層や破碎帯の存在などの未知の地質構造等の影響により事前に設定した数値解析モデルには多様なモデル誤差が存在する可能性がある。このような未知の地質構造等の影響を受けた力学物性値の不均質性の推定は、非ガウス性も含めた多様な確率特性を有する1つのサンプル場を発見・評価することを意味する。このようなモデル誤差を適切に考慮して、未知の地質構造等の影響を受けた力学物性値の不均質性を発見・評価するためのデータ同化手法の適用は図られていない。

以上の背景から、著者は未知の地質構造等に基づく力学物性値の多様かつ広範囲の空間分布を発見・評価することを目的に、時系列解析で提案されている「自己組織型状態空間モデル」(Kitagawa, 1998; Kitagawa and Sato, 2001; 北川, 2001) を3次元確率場に応用した新しい手法を提案している(奥野, 2025)。本論文では、理論の厳密さよりもその概要がイメージできるよう提案手法の特徴を解説するとともに、その予備的検討として岩盤の力学物性値の空間分布として3次元ガウス確率場に限定した推定結果を例示する。それを踏まえて、本来の目的である非ガウス性の確率場や非線形性の変形特性への適用性について今後の展望を述べる。

## 2. データ同化手法

有限要素法 (FEM) などの数値解析手法は、物体の力学物性値を既知として、偏微分方程式の初期値境界値問題を離散化した代数方程式に近似して解く手法である。トンネルの掘削解析に適用する場合、その掘削過程を複数の施工過程に分割し、施工の進捗を増分解析として段階的に解くことが多い。しかし、前述のように多様な地質構造等の

影響を受ける岩盤の力学物性値には、不均質性と不確実性が存在する。このため、変位などの掘削時の数値解析結果（予測結果）は、現実の変位と一致しない場合が多々見受けられる。

これに対処するため、数値解析結果に一種の「遊び」（システムノイズ）を許し、観測データを取り込める自由度を持ったものに拡張し、同時に数値解析結果と観測データの間自由度（観測ノイズ）を持った関係を構築する手法が考えられている。これらはそれぞれ「システムモデル」、「観測モデル」と呼ばれ、両者を合わせて「状態空間モデル」と呼ばれる。本来、これは時系列モデルの表現法であるが、データ同化においてもこれが基本となるモデルである（樋口, 2011）。

以下では、基本となる状態空間モデルを示し、次いで本手法で中心となる自己組織型状態空間モデルを示す。なお、これを用いた推定手法であるアンサンブルベースのカルマンフィルタの詳細は、専門書や他の文献など参考文献の説明に譲る。

## 2. 1 状態空間モデル

時系列解析などで用いられる状態空間モデルは以下の式 (1), (2) のシステムモデルと観測モデルで表現される。（北川, 2005; 樋口, 2011）

$$\text{システムモデル } \mathbf{x}_t = \mathbf{f}_t(\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{v}_t) \quad \mathbf{v}_t \sim p(\mathbf{v} | \boldsymbol{\theta}_{sys}) \quad (1)$$

$$\text{観測モデル } \mathbf{y}_t = \mathbf{h}_t(\mathbf{x}_t, \mathbf{w}_t) \quad \mathbf{w}_t \sim p(\mathbf{w} | \boldsymbol{\theta}_{obs}) \quad (2)$$

ここで  $\mathbf{x}_t$  は状態ベクトル、 $\mathbf{f}_t$  は観測ベクトルと呼ばれる。下付き  $t$  は時間ステップ（期）を示し、 $\mathbf{f}_t$ ,  $\mathbf{h}_t$  は一般にはそれぞれ非線形関数である。また、 $\mathbf{v}_t$  はシステムノイズ、 $\mathbf{w}_t$  は観測ノイズと呼ばれ、それぞれ確率密度関数  $p(\mathbf{v} | \boldsymbol{\theta}_{sys})$  および  $p(\mathbf{w} | \boldsymbol{\theta}_{obs})$  に従う白色ノイズ（時間に関して相関がないノイズ）で、共に非ガウス性とする。ここ

で  $\boldsymbol{\theta}_{sys}$  および  $\boldsymbol{\theta}_{obs}$  は、それぞれ確率分布を記述するためのパラメータベクトルである。

以上のシステムモデルは、 $t$  期の状態ベクトル  $\mathbf{x}_t$  の確率分布が 1 期前の状態ベクトル  $\mathbf{x}_{t-1}$  と  $t$  期のシステムノイズ  $\mathbf{v}_t$  から非線形な関数  $\mathbf{f}_t$  により与えられることを示している。また観測モデルは、 $t$  期の観測ベクトル  $\mathbf{y}_t$  の確率分布が  $t$  期の状態ベクトル  $\mathbf{x}_t$  と観測ノイズ  $\mathbf{w}_t$  から非線形な関数  $\mathbf{h}_t$  により与えられることを示している。このため、式 (1), (2) は非線形・非ガウス状態空間モデルと呼ばれ、線形性やガウス性の制約がないため自由度が大きく応用範囲が広いモデルである。しかし、非線形性や非ガウス性の影響から状態ベクトル  $\mathbf{x}_t$ , 観測ベクトル  $\mathbf{y}_t$  は複雑な確率分布を示し、状態ベクトルの最適な推定値を求めるには工夫が必要になる。

ところで、時系列解析では予測に自己回帰モデルなどの統計モデルが用いられることも多い。しかし、地盤・岩盤構造物などを対象とした予測では、地質構造等の影響を受け、それらを主とする現象の因果性や対策工の検討を行うことが多いため、前述のように FEM など任意の幾何形状と力学物性をモデル化できる数値解析手法が用いられることが多い。このため、本手法のシステムモデルの非線形性も含め、予測には FEM などの数値解析による予測（予測解析）を用いる。

さて、以降の説明のため、システムモデルは非線形、観測モデルは線形の以下の状態空間モデルを想定する。

$$\text{システムモデル } \mathbf{x}_t = \mathbf{f}_t(\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{v}_t) \quad \mathbf{v}_t \sim q(\mathbf{v}_t) \quad (3)$$

$$\text{観測モデル } \mathbf{y}_t = \mathbf{H}_t \mathbf{x}_t + \mathbf{w}_t \quad \mathbf{w}_t \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{R}_t) \quad (4)$$

ここでシステムノイズ  $q(\mathbf{v}_t)$  は非ガウス性も含め任意の確率分布であり、観測ノイズ  $\mathbf{w}_t$  はガウス

分布  $N(\mathbf{0}, \mathbf{R}_t)$  である。また、 $\mathbf{H}_t$  は状態ベクトル  $\mathbf{x}_t$  の観測される成分のみ 1、他の成分は 0 とした線形変換行列である。すなわち、状態ベクトル  $\mathbf{x}_t$  から観測成分のみ抽出し、それに観測ノイズ  $\mathbf{w}_t$  が付加され観測ベクトル  $\mathbf{y}_t$  が得られることを示している。

以上の状態空間モデルにより、観測データを用いて未知パラメータベクトル  $\boldsymbol{\theta}$  の推定を行うと共に状態ベクトル  $\mathbf{x}_t$  の予測を行うには、以下のように拡張した状態ベクトル  $\mathbf{z}_t$  を用いる。

$$\mathbf{z}_t = \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_t \\ \boldsymbol{\theta} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

以上の拡張した状態ベクトルは、線形システムモデルである本来のカルマンフィルタ理論に基づく線形制御理論分野において、その応用として古くから未知パラメータを含むシステムの推定・同定に用いられており、「適応フィルタリング」とも呼ばれている（片山, 1983）。本論文の主題となる力学物性値の推定では、 $\boldsymbol{\theta}$  として例えば、弾性係数  $E$ 、内部摩擦角  $\phi$ 、粘着力  $c$  などを並べたベクトルを設定する。また、上記の状態ベクトル  $\mathbf{x}_t$  として FEM に基づく任意の節点  $k$  点の変位  $\mathbf{u}_t^k$  の推移を対象に、改めて状態ベクトル  $\mathbf{z}_t$  を  $\mathbf{x}_t$  と書き直し、以下の状態ベクトル  $\mathbf{x}_t$  を用いる。

$$\mathbf{x}_t = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_t^k \\ \boldsymbol{\theta} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

トンネル周辺の変位の状態推移に適用する場合、トンネル切羽位置 TD (Tunnel Distance ; トンネル距離程) の掘進を  $t$  期で表現し、対象とする位置  $k$  の変位  $u_x, u_y, u_z$  (変位の  $x, y, z$  方向 3 成分) を縦に並べた変位ベクトルが  $\mathbf{u}_t^k$  である。これは変位を観測する節点数の 3 倍の成分数となり、対象とする観測点の数に合わせて必要な成分

数を並べて  $\mathbf{x}_t$  の一部を構成する。

なお、力学物性値である未知パラメータベクトル  $\boldsymbol{\theta}$  は時間的に変化せず、下付き  $t$  は付いていない。これは弾性係数など準静的な運動に関する力学物性値は基本的に時間的な変化がない（定常状態）ことを意味する。

ここで注意を要する点として、以上の状態ベクトル  $\mathbf{x}_t$  のうち予測する変位  $\mathbf{u}_t^k$  を FEM の増分解析で求める場合、時間的に不変（定常状態）であるはずの力学物性値  $\boldsymbol{\theta}$  が、途中で力学物性値の推定値が更新された際にそのまま増分解析を続けると、その後の変位の予測値は一貫性のない力学物性値に基づくものとなる。この意味することは、本来  $\boldsymbol{\theta}$  に時間的な変化はないため、推定値として  $\boldsymbol{\theta}$  が更新されると増分解析の初期から数値解析を実施し直す必要が生じる（青野ら, 2024）。

すなわち、仮に  $t$  期の絶対変位  $\mathbf{u}_t^k$  が  $t-1$  期までの推定値  $\boldsymbol{\theta}_{[t-1]}$  を用いて正しく求められているとする。  $t$  期の推定で推定値  $\boldsymbol{\theta}_{[t-1]}$  から推定値  $\boldsymbol{\theta}_{[t]}$  に更新された場合、次なる増分解析で変位増分  $\Delta \mathbf{u}_{t+1}^k$  を更新後の推定値  $\boldsymbol{\theta}_{[t]}$  を用いて算出し  $\mathbf{u}_t^k$  に加算すると、力学物性値が時間的に変化することとなり物理現象として矛盾する結果となる。このため初期応力解析まで戻って  $t$  期の推定値  $\boldsymbol{\theta}_{[t]}$  を用いて FEM 解析を実施し直す必要がある。なお、上記の下付き  $[t]$  の表記は、 $t$  期の推定値を示しており、本質的な力学物性値が時間的に変動するパラメータではない点に留意する。以上の点を強調してシステムモデルを記述すると、下記のとおりである。

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_t &= \mathbf{f}_t(\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{v}_t, \boldsymbol{\theta}) = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_t(\mathbf{u}_{t-1}^k, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{v}_t) \\ \boldsymbol{\theta} \end{Bmatrix} \\ &= \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_t^k \\ \boldsymbol{\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_t^k(\mathbf{u}_{0;t-1}^k(\boldsymbol{\theta}_{[t-1]}), \boldsymbol{\theta}_{[t-1]}, \mathbf{v}_t) \\ \boldsymbol{\theta} \end{Bmatrix} \quad (7) \end{aligned}$$

ここで  $\mathbf{u}_{0;t-1}^k$  の下付き  $0;t-1$  は 0 期から  $t-1$  期ま

での絶対変位が  $t-1$  期の推定値  $\theta_{[t-1]}$  により正しく求められている状態を示し,  $\mathbf{u}_{0;t-1}^k$  が  $\theta_{[t-1]}$  の関数であることを強調して  $\mathbf{u}_{0;t-1}^k(\theta_{[t-1]})$  と表記している. FEM の非線形解析における増分解析は厳密には全期を計算し直す必要があるが, その影響 (感度のある) 範囲がある範囲内に想定される場合は, 実務的にはその範囲だけ局所的に増分解析を計算し直すことで対処することも考えられる. また, 後述する線形弾性解析の事例では, 初期応力解析 (1回) の後, 線形弾性挙動であるため増分解析は行わず  $t$  期までを 1 回の弾性解析で実施でき, 合計 2 回の解析を行うことで推定値  $\theta$  の更新に対処した予測解析を行っている.

以上に留意して, 式 (7) のシステムモデルと式 (4) の観測モデルを用いて逐次推定を行うことになる.

ここまで状態空間モデルを説明したが, これに基づき具体的に状態ベクトルの推定値を求める手順は, アンサンブルベースのカルマンフィルタなどの推定アルゴリズムの役割となる. 詳細は, 樋口 (2011) などを参照されたい.

## 2.2 自己組織型状態空間モデル

前述のとおり, 未知の地質構造等の影響を受けた力学物性値の不均質性の推定は, 非ガウス性も含めた多様な確率特性を有する 1 つのサンプル場を発見・評価する必要がある. このような未知の地質構造等に基づく力学物性値の多様かつ広範囲の空間分布を発見・評価するには, 事前に不均質性を表す確率モデルのパラメータが設定できないことを意味する. これに対処するため, 不均質な力学物性値のパラメータを制御するさらなるパラメータ (パラメータのパラメータ) を想定し, それらも自動的かつ同時に推定を行うことを考える. ベイズ推定の枠組みでは, 推定したいパラメータ

の分布を制御するパラメータは「ハイパーパラメータ」と呼ばれる. 具体的には, 不均質性が強い岩盤に対して力学物性値の平均値に不確実性が高いと考えられる場合, その平均値 (パラメータ) の分布を制御するハイパーパラメータも自動的かつ同時に推定することになる. 以上の不均質性への対処の手順の表現を変えれば, 事前に設定した数値解析モデルの力学物性値に多様な誤差が含まれる可能性があり, その不確実性に対してより広範囲の確率分布を用いて最適値を探すことを意味する.

この目的のため奥野 (2025) は時系列解析で提案されている「自己組織型状態空間モデル」(Kitagawa, 1998; Kitagawa and Sato, 2001; 北川, 2001) を 3 次元確率場に応用した新しい手法を提案している.

非線形・非ガウス状態空間モデルは適用範囲が広いが, それを用いた推定アルゴリズムには多くの工夫を要するため, ここでは予備的検討として, 推定対象を不均質な線形弾性体の弾性係数の空間分布とし, その確率場として 3 次元ガウス確率場に限定して自己組織型状態空間モデルを応用した例を以下に示す.

まず, 2.1 節で示した状態空間モデルをハイパーパラメータの推定にまで拡張した状態ベクトル  $\mathbf{x}_t$  を式 (8), (9) に示す. これは式 (6) を具体的に拡張したものである.

$$\mathbf{x}_t = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_t^k \\ \boldsymbol{\theta}^l \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{E}^l \\ L^d \\ \sigma^{vE} \\ \mu^{vL} \\ \sigma^{vL} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

$$\boldsymbol{\theta}^l = \begin{Bmatrix} \mathbf{E}^l \\ L^d \\ \sigma^{vE} \\ \mu^{vL} \\ \sigma^{vL} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{E}^l \\ \log_{10} d \\ \sigma^{vE} \\ \mu^{vL} \\ \sigma^{vL} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

ここで  $\theta^l$  は推定対象となる岩盤領域  $l$  ごとに推定したい力学物性値などを含むパラメータを複数並べたベクトルである。  $\mathbf{E}^l$  は岩盤の弾性係数が一定の領域  $l$  の弾性係数で、具体的には弾性係数  $\mathbf{E}^l$  が個々の単位立方体で異なる値を有する不均質なモデルを想定する。(詳細は後述する3章のFEMモデルを参照)。  $L^d$  はこれらの個々の力学物性値の相関性(共分散関数)に関するパラメータで、後述の3章の式(12)の相関距離パラメータ  $d$  の常用対数を取った値  $\log_{10}d$  である。  $d$  は対数正規分布と仮定し、これにより  $L^d$  はガウス分布  $N(\mu^{L^d}, (\sigma^{L^d})^2)$  (平均値:  $\mu^{L^d}$ , 標準偏差:  $\sigma^{L^d}$ ) となる。これは常用対数を取ることで相関距離パラメータ  $d$  の正值性を保証する。

本手法では  $\theta^l$  中にさらにハイパーパラメータを加えて状態ベクトルを拡張しており、階層的構造を成す。すなわち、式(8)、(9)はシステムノイズのハイパーパラメータ  $\sigma^{vE}$ ,  $\mu^{vL}$ ,  $\sigma^{vL}$  を状態ベクトル  $\mathbf{x}_t$  の成分に加えており、岩盤の不均質性のモデル誤差を表現するもので、3次元ガウス確率場として力学物性値の誤差を表現する。

$\sigma^{vE}$  は弾性係数のモデル誤差である標準偏差で、弾性係数のシステムノイズ  $\mathbf{v}_t^E$  は  $N(0, (\sigma^{vE})^2)$  に従うと仮定する。平均値に偏差量  $\mu^{vE}$  を考慮する場合、これを誤差として想定するには、  $N(\mu^{vE}, (\sigma^{vE})^2)$  とすることも可能であるが、ここでは平均値は0としている。また、  $\mu^{vL}$ ,  $\sigma^{vL}$  は  $L^d$  のシステムノイズ  $v_t^L$  の平均値と標準偏差で、  $L^d$  の分布と類似して  $N(\mu^{vL}, (\sigma^{vL})^2)$  に従うと仮定する。これにより弾性係数の空間分布の相関性の程度にモデル誤差を考慮する。以上のシステムノイズの分布を制御するハイパーパラメータは、現実の岩盤では未知の地質構造等の影響を受けることから事前に設定が困難である。このため式(8)の状態ベクトル  $\mathbf{x}_t$  にハイパーパラメータも含め自動的か

つ同時に推定を行う。これが自己組織型状態空間モデルを用いる所以である。

以上のように状態ベクトル  $\mathbf{x}_t$  は、(a)変位  $\mathbf{u}_t^k$ , (b)弾性係数のパラメータ  $\mathbf{E}^l$ ,  $L^d$ , (c)システムノイズのハイパーパラメータ  $\sigma^{vE}$ ,  $\mu^{vL}$ ,  $\sigma^{vL}$  から構成される。

この状態ベクトル  $\mathbf{x}_t$  の非線形なシステムモデルとシステムノイズを式(10)、(11)に示す。なお、システムモデルは正確には式(7)に基づくが、式展開が煩雑になるため式(6)に基づいて示している。

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_t = \mathbf{f}_t(\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{v}_t) &= \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{f}_t^u(\mathbf{u}_{t-1}^k) \\ \theta^l \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \mathbf{v}_t^\theta \end{array} \right\} \\ &= \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{f}_t^u(\mathbf{u}_{t-1}^k) \\ \mathbf{E}^l \\ L^d \\ \sigma^{vE} \\ \mu^{vL} \\ \sigma^{vL} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \mathbf{v}_t^E \\ v_t^L \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\} \quad (10) \end{aligned}$$

$$\mathbf{v}_t = \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \mathbf{v}_t^\theta \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \mathbf{v}_t^E \\ v_t^L \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\} \quad (11)$$

以上より、不均質性を表現する弾性係数  $\mathbf{E}^l$  の空間分布は、モデル誤差として3次元ガウス確率場の誤差  $\mathbf{v}_t^E$  と相関距離パラメータの常用対数  $L^d$  の誤差  $v_t^L$  で考慮し、それらのパラメータの確率分布を支配するハイパーパラメータにはシステム誤差はないとする。

こうして  $t-1$  期で推定された  $L^d$  とシステムノイズのハイパーパラメータ  $\sigma^{vE}$ ,  $\mu^{vL}$ ,  $\sigma^{vL}$  を用い、システムモデル式(10)の  $t$  期のシステムノイズ  $\mathbf{v}_t^E$  と  $v_t^L$  は、それぞれ  $\mathbf{v}_t^E \sim N(0, (\sigma^{vE})^2)$ ,  $v_t^L \sim N(\mu^{vL}, (\sigma^{vL})^2)$  の確率特性を有する乱数を生成させて付加する。その際、  $\mathbf{v}_t^E$  に関しては、  $\mathbf{E}^l$  と同様に  $t-1$  期で推定された  $L^d$  から求まる相関距離パラメータ  $d$  を有すると仮定して3章の式(12)

で示す共分散関数  $C_E(r)$  で定まる相関構造を設定してシステムノイズ  $v_t^E$  の 3 次元ガウス確率場を生成させ付加する。

以上の自己組織型状態空間モデルの状態ベクトルの推定値を求める手順は、2.1 節と同様、アンサンブルベースの推定アルゴリズムによる。

### 2.3 モデル誤差としてのシステムノイズと観測ノイズの位置づけ

観測モデルは前述の式 (4) を用いるが、注意を要する点として、通常、モデルは自然現象を完璧に再現することができず、再現し切れない部分を「表現誤差」ということがある。一般に観測ノイズはいわゆる測定機器の測定ノイズだけでなく、表現誤差も加えて対処する (樋口, 2011)。

しかし、2.2 節の自己組成型状態空間モデルで主題としたモデル誤差は力学物性値の空間分布の誤差であり、それをシステムノイズとしてすでに考慮している。このため、観測ノイズにこの力学物性値の空間分布の誤差を「表現誤差」として考慮すると重複した設定になる。特に以下の 3 章の例では、数値解析モデルに力学物性値の空間分布以外のモデル誤差はほとんど含まれない。したがって、観測ノイズは測定機器の測定ノイズのみを考慮し、主要なモデル誤差は力学物性値の空間分布を表現する 3 次元ガウス確率場の誤差でありシステムノイズとして考慮する。

また、力学物性値の空間分布の誤差をシステムノイズとして取り扱う背景として、複雑な地質構造等や岩盤の力学物性値のモデル化において、地質工学の専門家の知見や施工途中の現場の地質情報から解析対象領域の岩盤のモデル化に直接反映できる可能性を期待している。このため本提案手法では敢えて表現誤差として観測ノイズでは扱わず、システムノイズとして考慮している。

## 3 弾性係数の空間分布推定の例

本章では、本手法の予備的検討を目的として、まず岩盤の不均質性を 3 次元ガウス確率場 (Christakos, 1992; 持橋・大羽, 2019) に限定した推定例として奥野 (2025) が検討した例を示し、推定結果に関して補足解説する。この推定例は、トンネル解析モデルを用いて双子実験を行ったものである。弾性係数の空間分布を想定した模擬岩盤を作成し、トンネル掘削解析 (FEM 解析) により得たトンネル壁面変位の模擬計測データを用いて一種のブラインドテストを行い、弾性係数の空間分布を逆に推定することでその推定状況を確認したものである。

### 3.1 弾性係数の 3 次元ガウス確率場

ここで用いる 3 次元ガウス確率場は、1 つの岩盤等級内での力学物性値の空間分布を対象として地球統計学 (Kitanidis, 1997; Wackernagel, 1998) と同様のモデル化を行う。岩盤は電中研式岩盤分類で  $C_H$  級の良好な岩盤とし、弾性係数  $E$  は確率変数として表 1 に想定したガウス確率場のパラメータを示す。電中研式岩盤分類の  $C_H$  級岩盤の変形係数の分布範囲 (地盤工学会, 2004) として概ね予想される範囲の値が  $\pm 3\sigma^E$  になるように表 1 の平均値:  $\mu^E=2390 \times 10^3$ , 標準偏差:  $\sigma^E=500 \times 10^3$  (単位:MPa) を設定した。したがって、ここでの弾性係数は変形係数と等価な弾性係数である。

地球統計学では、岩盤の様々な物性値の空間分布を表すモデルでは共分散関数のモデルが使用される。その主なモデルとして指数関数型モデルがあり、これは 2 点間の距離に依存して両者の物性値の相関の程度が指数関数的に変化するモデルである。本手法で用いる 3 次元ガウス確率場は、

表 1 岩盤の弾性係数  $E$  のガウス確率場 (奥野, 2025)

| 確率分布パラメータ  | 値                   |
|--|---------------------|
| 平均値 $\mu^E$ [ $\times 10^3$ kN/m <sup>2</sup> ]                        | 2390                |
| 標準偏差 $\sigma^E$ [ $\times 10^3$ kN/m <sup>2</sup> ]                    | 500                 |
| 相関距離パラメータ $d$ [m]  | 15, 45,<br>135, 405 |
| 共分散関数<br>$C_E(r) = (\sigma^E)^2 \cdot \exp\left\{-\frac{r}{d}\right\}$ | —                   |

以下の式 (12), (13) で表される確率場を基本とする。

共分散関数

$$C_E(r) = (\sigma^E)^2 \cdot \exp\left\{-\frac{r}{d}\right\} = C_E(r(s_i, s_j)) \\ = C_E(s_i, s_j) = (\sigma^E)^2 \cdot \exp\left\{-\frac{r(s_i, s_j)}{d}\right\} \quad (12)$$

$$\text{ガウス確率場} \quad E \sim N(\mu^E, \Sigma^E) \quad (13)$$

ここで式 (12) の  $\sigma^E$  は弾性係数  $E$  の標準偏差,  $r$  は 3 次元空間の 2 点間の距離,  $d$  は 3 次元空間の 2 点間の相関の強さを決める指数関数型共分散関数のパラメータである。ここでは 3 次元空間の相関は等方性を仮定し距離  $r$  のみに依存するものとする。式 (12) の  $s_i, s_j$  はそれぞれ 3 次元空間の任意の  $i, j$  点の位置ベクトルで, 式 (12) で離散的な任意の距離  $r(s_i, s_j)$  の間で確率変数  $E$  の共分散関数が定義される。式 (13) の  $\mu^E$  は前述の確率変数  $E$  の平均値ベクトル,  $\Sigma^E$  は式 (12) の共分散を  $i, j$  成分に持つ共分散行列で, ガウス確率分布  $N(\mu^E, \Sigma^E)$  を有する確率変数  $E$  は 3 次元空間で等方性のガウス確率場を成す。

図 1 には以上の共分散関数のパラメータ  $d$  の影響を見るため, 表 1 に示す確率分布から乱数を用いて発生させた弾性係数の 1 組のサンプルに対して,  $d$  のみ変えた場合の弾性係数の空間分布

の例を示す。領域寸法は  $x$  軸方向 35m,  $z$  軸方向 35m,  $y$  軸方向 90m である。この例では 1 辺 5m の単位立方体の集合体として全領域が構成されており, 各立方体要素中心位置の距離  $r$  に対して式 (12) の共分散関数に従う確率特性 (式 (13) の確率特性) を有する 1 組の弾性係数のサンプルを発生させている。図 1 からわかるように, パラメータ  $d$  が小さいと近傍の単位立方体間の相関は弱くなり不均質性の程度が顕著になり, 比較的近くでも弾性係数が大きく変化する。 $d$  が徐々に大きくなると相関が強くなるため, 遠方まで類似した弾性係数が分布する。理論的には  $d$  が無限大になれば全領域が均一の弾性係数になる。このように同じ平均値  $\mu^E$  と標準偏差  $\sigma^E$  を持つガウス分布から乱数を用いて生成したサンプルでも, 相関距離パラメータ  $d$  が変わることによって物性値の不均質性の程度の違いが表現可能である。このことから本手法では, 同一の弾性係数の確率分布  $N(\mu^E, (\sigma^E)^2)$  に対して, 空間的な不均質性の程度の違いを表す指標として相関距離パラメータ  $d$  を用いる。また, 以下で示す 3 次元ガウス確率場の推定では, 表 1 および図 1 の相関距離パラメータのうち  $d=15$ m の確率場を用いる。

### 3. 2 ハイパーパラメータの事前分布の設定

確率分布のパラメータを制御するハイパーパラメータの事前分布は表 2 の値を設定した。また, 共分散関数の対数正規分布を仮定した相関距離パラメータ  $d$  の常用対数  $L^d$  の事前分布も表 2 に示す。

ハイパーパラメータ  $\mu^L$  と  $\sigma^L$  の事前分布はそれぞれ表 2 に示す一様分布 (Kitagawa, 1998) を設定した。また,  $\sigma^E$  の事前分布も一様分布 (Kitagawa, 1998) を設定している。これらは共に一定範囲を一様な可能性で想定し

たものである。

### 3. 3 トンネル解析モデルと模擬観測データ

トンネル解析モデルは図 1(a) の  $d=15\text{m}$  の場合を用いた。表 1 で設定した岩盤の岩盤等級は電中研式岩盤分類で  $C_H$  級の良好な岩盤である。弾性係数が一定の単位立方体は 1 辺  $5\text{m}$  で、 $x$  軸方向（水平方向）7 個（ $35\text{m}$ ）、 $z$  軸方向（垂直方向）7 個（ $35\text{m}$ ）、 $y$  軸方向（トンネル軸方向）18 個（ $90\text{m}$ ）の計 882 個の立方体で構成し、FEM 要素分割はさらにそれを細分化している。トンネル形状と観測点位置（壁面変位計測位置）は図 2 に示す。トンネル切羽の掘進に伴いその切羽位置の  $2\text{m}$  後方に観測点を順次設置することを想定し、観測点は TD30m 位置から TD60m までの  $30\text{m}$  区間に設置することを想定した。このため観測点は切羽掘進に伴い掘削区間に  $2\text{m}$  ピッチで順次増加する。図 3 にその状況を示し

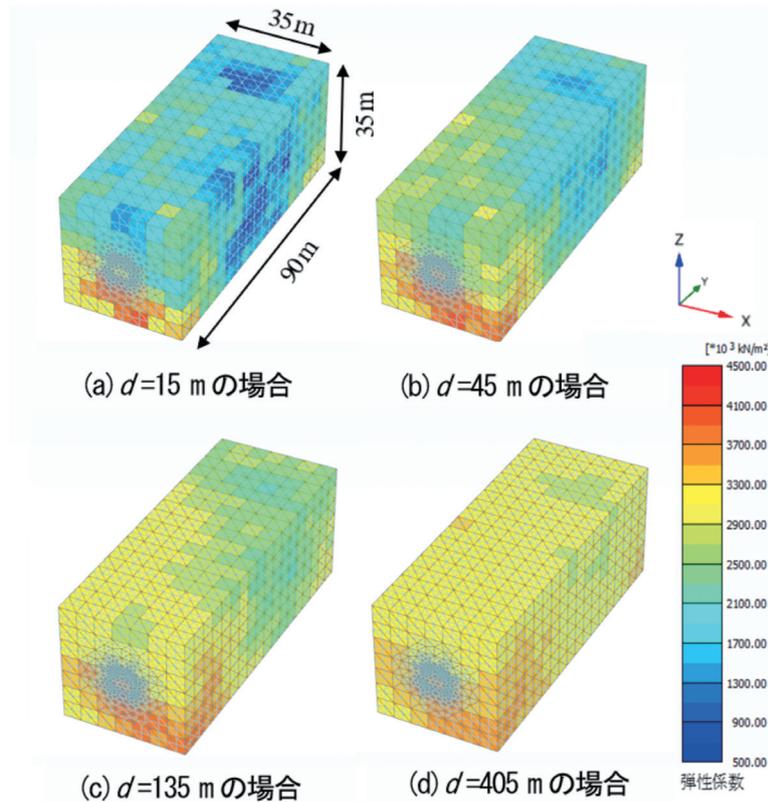


図 1 相関距離パラメータ  $d$  による弾性係数の確率場の違い (奥野, 2025)

表 2 ハイパーパラメータの事前分布 (奥野, 2025)

| ハイパーパラメータの事前分布                           |  |                       | 値   |
|--|--|-----------------------|---|
| 相関距離<br>パラメータ<br>$L^d$                   | 正規分布<br>$L^d \sim N(\mu^{L^d}, (\sigma^{L^d})^2)$<br>( $d$ が対数正規分布のため $L^d$ は正規分布) | 平均値 $\mu^{L^d}$       | 1.477<br>( $10^{1.477} = 30\text{m}$ )      |
|  |  | 標準偏差 $\sigma^{L^d}$   | 0.6667<br>( $10^{0.6667} = 4.642\text{m}$ ) |
| システムノイズ<br>$v^E$ の標準偏差<br>$\sigma^{v^E}$ | 一様分布<br>$\sigma^{v^E} \sim U(0.0, 0.1\sigma^E)$                                    | 下限値 0.0               | $0.0 [\times 10^3 \text{ kN/m}^2]$          |
|  |  | 上限値 $0.1\sigma^E$     | $50 [\times 10^3 \text{ kN/m}^2]$           |
| システムノイズ<br>$v^L$ の平均値<br>$\mu^{v^L}$     | 一様分布<br>$\mu^{v^L} \sim U(-0.1\mu^{L^d}, 0.1\mu^{L^d})$                            | 下限値 $-0.1\mu^{L^d}$   | -0.1477                                     |
|  |  | 上限値 $0.1\mu^{L^d}$    | 0.1477                                      |
| システムノイズ<br>$v^L$ の標準偏差<br>$\sigma^{v^L}$ | 一様分布<br>$\sigma^{v^L} \sim U(0.1\sigma^{L^d}, 0.5\sigma^{L^d})$                    | 下限値 $0.1\sigma^{L^d}$ | 0.06667                                     |
|  |  | 上限値 $0.5\sigma^{L^d}$ | 0.3333                                      |

ており、切羽位置 TD32m と TD50m の場合の観測断面の状況を示している。

設定した初期応力を表 3 に示す。この設定はこれまでの検討（奥野・青野, 2024；奥野・青野, 2025a；奥野・青野, 2025b；奥野・青野, 2025c）と同様で、初期応力解析を実施したのちトンネル掘削解析を行って、所定の観測点位置の壁面変位  $u_x, u_y, u_z$  を算出して模擬計測データとして用いた。模擬計測データの例を図 4 に示す。弾性係数の不均質性の影響で変位にばらつき

が認められる。なお、各変位の観測ノイズは先の 2.3 節の考えに基づき、測定機器のノイズを仮定し、各計測点の観測ノイズは独立したガウス分布  $N(0, 1.0)$  (単位: mm) とした。

### 3. 4 推定結果

以上の確率場の条件とトンネル掘削解析の条件で、推定にはアンサンブルメンバーを 100 個生成させて切羽位置 TD32 ~ 62m までの掘削過程を逐次推定を行い、真の弾性係数の空間分布と推定結果を比較・検討した。アンサンブルベースのデータ同化手法は大別してアンサンブルカルマンフィルタ (EnKF) (Evensen, 1994) と粒子フィ

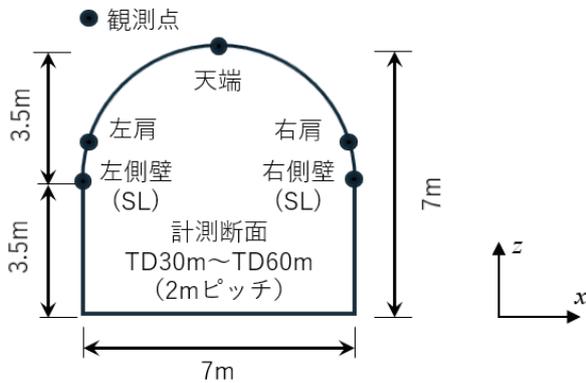


図 2 トンネル形状と観測点位置 (奥野, 2025)

表 3 初期応力 (奥野, 2025)

| [単位: MPa]     |      |      |       |
|---------------|------|------|-------|
| $\sigma_{ij}$ | $x$  | $y$  | $z$   |
| $x$           | 6.68 | 2.57 | -0.99 |
| $y$           | Sym. | 3.10 | 1.38  |
| $z$           | Sym. | Sym. | 6.40  |

初期応力  $\sigma$  の下付き添え字  $i, j$  はそれぞれ  $x, y, z$  の成分を表す。

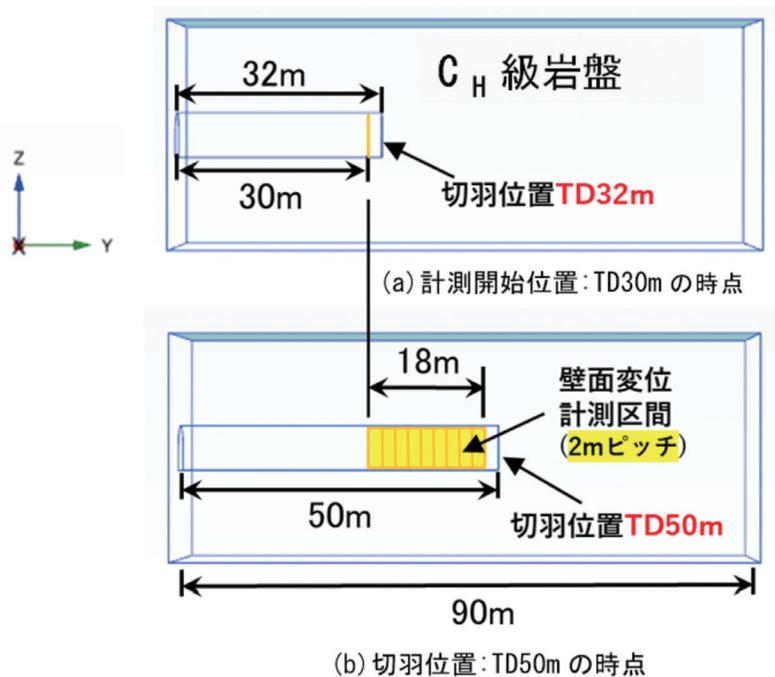


図 3 壁面変位計測位置と切羽位置の関係 (奥野, 2025)

ルタ (PF) (Kitagawa, 1996) の 2 種類の系統がある (樋口, 2011) が, 本検討では EnKF 系の逐次型手法である ESTKF (Error-Subspace Transform Kalman Filter) (Nerger, et al., 2012) を用いた。

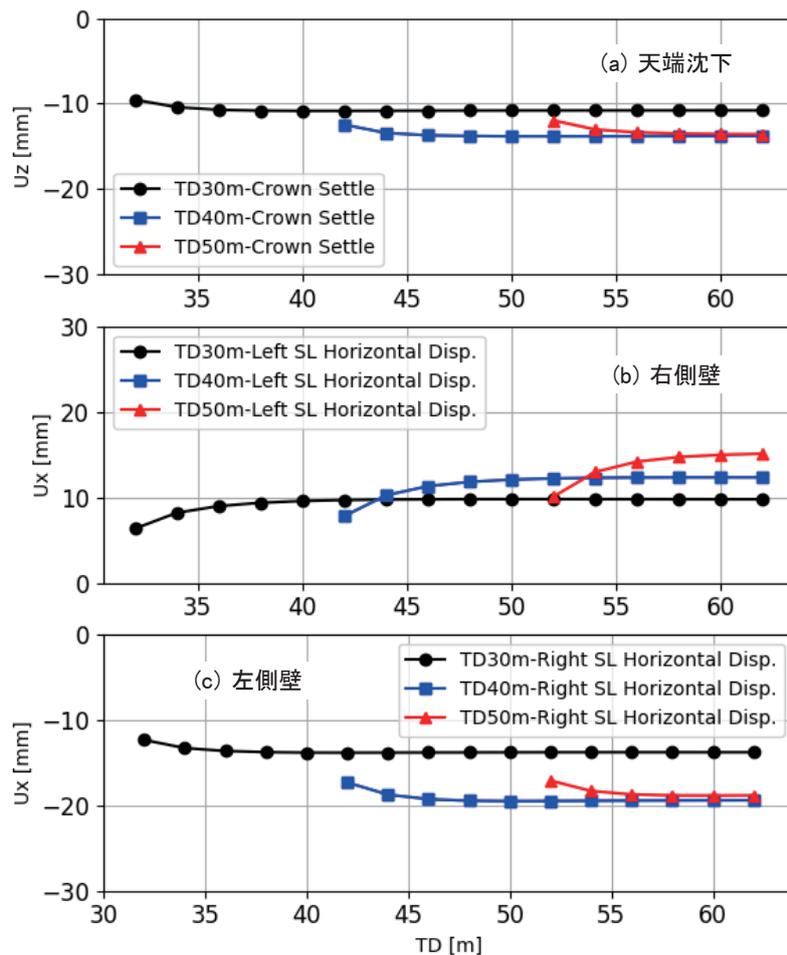
切羽位置 TD32 ~ 62m までの掘削過程で得られた相関距離パラメータ  $d$  の常用対数値  $L^d$  の推定値の推移を図 5 に示す。図 1(a) のサンプルを生成させた母数の真値は  $d = 15\text{m}$  であるため  $L^d$  は 1.176 である。表 2 に示す  $L^d$  の事前分布の平均値  $\mu^{L^d} = 1.477$  から正規分布で推移する。図 1(a) の相関距離パラメータ  $L^d$  の母数 1.176 に対してアンサンブルメンバー 100 個の平均値は多少の差が生じる可能性はあるが, 切羽進行に伴い

図 5 のフィルタリングされた  $L^d$  の平均値は真値 1.176 の周辺を安定して推移している。

本検討では弾性係数の空間分布の真値が既知であることから, 式 (14) を用いて平均平方二乗誤差 (RMSE) を算出して図 6 に示す

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (E^i - \hat{E}^i)^2} \quad (14)$$

ここで  $E^i$  は各単位立方体の弾性係数の真値,  $\hat{E}^i$  はその推定値であり,  $n$  は観測点を配置し推定対象とした TD30 ~ 60m の 30m 区間の単位立方体の数 294 個 (x 方向 7 個 × z 方向 7 個 × y 方向 6 個) である。図 6 より切羽進行に伴い模擬計測



(横軸: 切羽位置の TD, 縦軸: 鉛直変位 uz, 水平変位 ux)  
図 4 模擬計測データの例 (奥野, 2025)

データを用いた推定が行われ、 $RMSE$  が安定的に減少し収束傾向を示していることが確認できる。最終的に表 1 の母平均  $\mu^E$  : 2,390MPa に対して  $RMSE$  は約 430MPa ( $\mu^E$  の約 18%) の残差に低下し収束している。

推定値の残差への影響として、①図 2, 図 3 のトンネル壁面の変位計測のみから推定を行っていること、②設定した岩盤が  $C_H$  級の良好な岩盤を

対象としていること、観測ノイズ  $N(0, 1.0)$  (単位: mm) に対して図 4 に示す変位量が 10 ~ 20mm 程度と比較的小さいこと、③1 辺 5m の単位立方体に対して相関距離パラメータ  $d=15m$  が比較的小さい (不均質性が強い) 模擬岩盤を対象としたこと、などが考えられる。これらの点が変わると推定精度が変わる可能性が考えられる。

以上の切羽位置 TD62m まで進んだ段階の弾性

係数の推定結果を、図 7 に示すトンネル軸方向の A-A ~ D-D までの 4 断面で表示し図 8 示す。いずれも推定対象とした TD30 ~ 60m の 30m 区間の断面の比較であるが、空間分布の推定値の全体的な傾向は真値の分布傾向を捉えていることが把握できる。特に A-A 断面、B-B 断面、C-C 断面では弾性係数の高低の分布の傾向を捉えており、有効性が確認できる。

一方、局所的には真値との誤差が大きい箇所も見受けられる。例えば、D-D 断面の推定値には弾性係数の低い領域が表れているが、真値は推定値ほど低い領域はない。このような差異が生じている領域は、トンネル軸に沿い切羽方向に向かって、トンネル断面空洞に対して右斜め下方のトンネル壁面から離れた位置である。この原因として、図 2 に示したようにトンネル壁面変位の計測点がトンネル底盤付近にはないことが考えられ、トンネル下方の推定精度が低くなる原因と考えられる。このような局所的な推定精度の差異は、必要

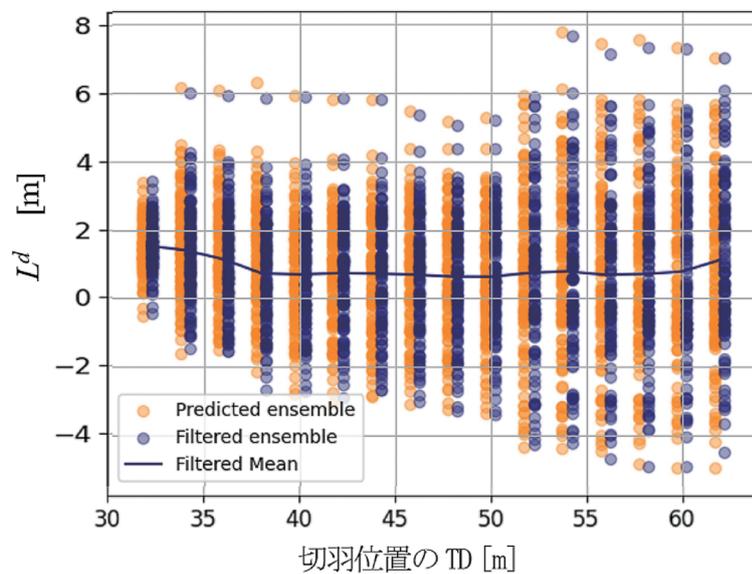


図 5 相関距離パラメータ  $L_d$  の推定値の推移 (奥野, 2025)

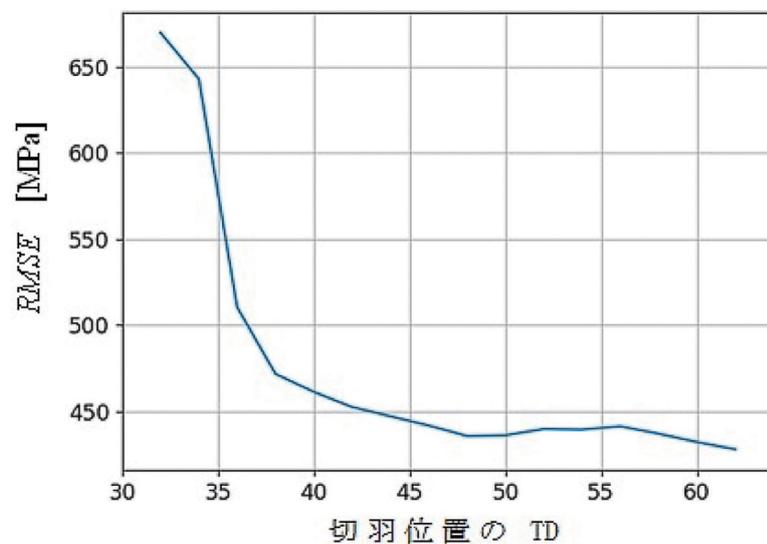


図 6  $RMSE$  の推移 (奥野, 2025)

地下構造物周辺岩盤の力学物性値の空間分布推定のための  
自己組織型状態空間モデルによるデータ同化

に応じて実用段階で計測点配置などの計画を検討する必要がある。

4 多様な地質構造等の推定への展望

以上の予備的検討として例示した3次元ガ

ウス確率場と異なり、複雑な地質構造等の影響を受けた力学物性値は多様かつ広範囲の空間分布を呈することが考えられ、それを発見・評価するには非ガウス性の確率場を想定する必要がある。例えば、観測データが多峰性の分布になっている場合、単峰性のガウス分布

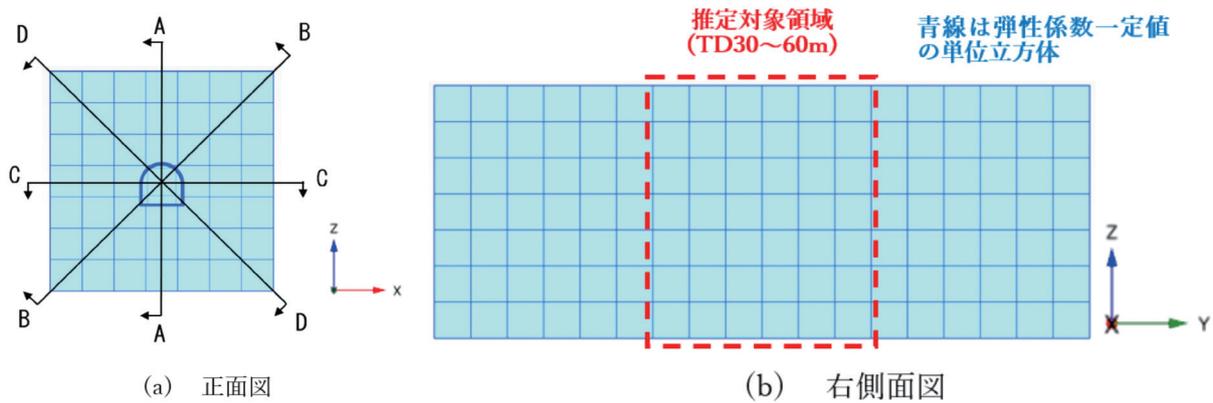


図7 真値と推定値の比較断面と推定対象領域 (TD30 ~ 60m)

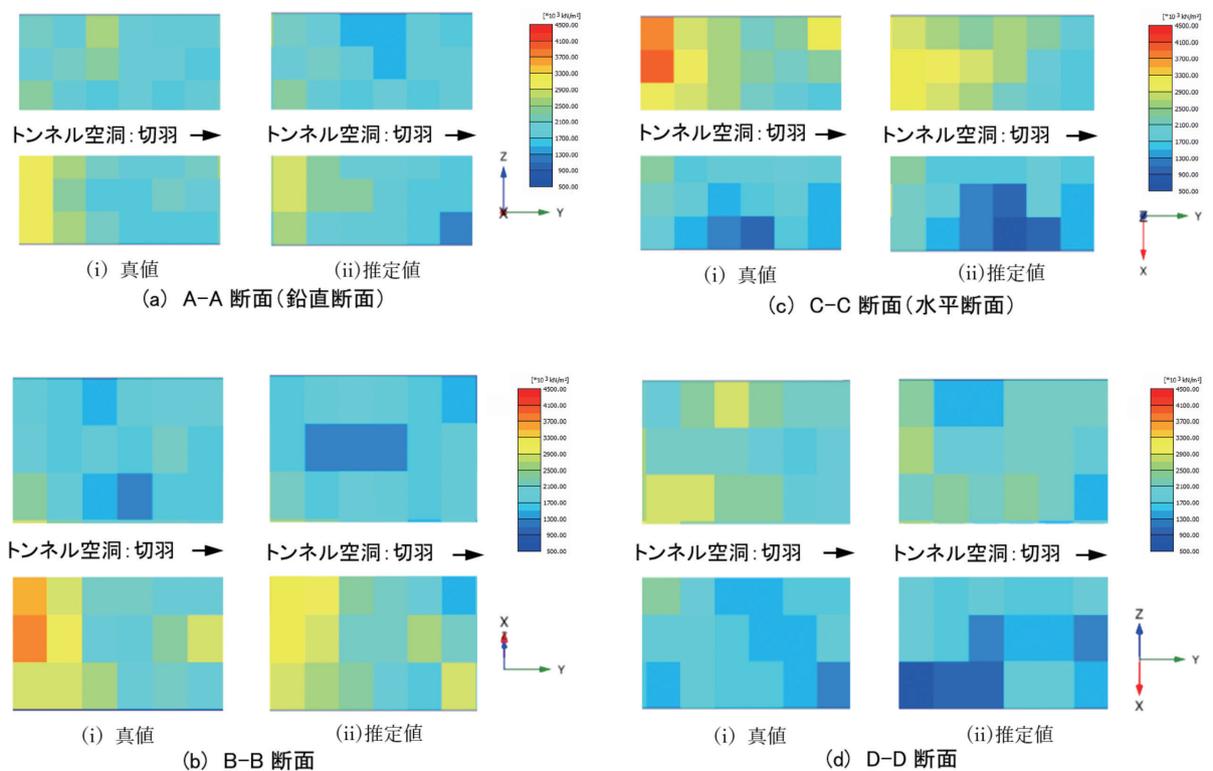


図8 各断面の弾性係数の真値と推定値の比較

では扱うことができないことから明らかである。2章で示した自己組織型状態空間モデルを用いて推定値を求める場合、非ガウス性への対応は以下のようにアンサンブルベースの推定アルゴリズムが課題になる。

まず、推定手法の基本となるカルマンフィルタは、状態空間モデルのシステムモデルと観測モデルが共に線形である場合、かつ、システムノイズと観測ノイズが共にガウス分布である場合にのみ適用が可能である。非線形なシステムモデルを扱う際には、各状態変数周りで線形一次近似を行って線形化する手法があり、「拡張カルマンフィルタ」と呼ばれている。しかし、拡張カルマンフィルタでは、システムが巨大になると、線形化が難しくなるといった問題や、推定が不安定になるなどの問題がある(樋口, 2011)。これに対してアンサンブルカルマンフィルタ(EnKF)は、モンテカルロ近似を用いて、システムモデルの線形化(ヤコビ行列の計算)を行うことなく分散共分散行列の推定を行うことができる特徴がある。しかし、システムノイズと観測ノイズの確率分布はガウス分布を前提としており、非ガウス性の確率分布には適用できない。

これに対して粒子フィルタ(PF)は、EnKFと同様、状態の確率密度分布を多数のサンプル(粒子)で近似するアンサンブル近似を用いるが、線形性・ガウス性などの仮定はおかず、フィルタ分布の形状に対して素直に粒子を用いて近似することにより、非線形・非ガウスの問題も容易に扱うことができる。一方、PFの課題として、リサンプリングを繰り返していくうちに性能が低下してしまう課題がある。リサンプリングはある粒子を破棄してある粒子の複製を増やす操作であるため、これ

を繰り返すと元々同じ粒子の複製であったものがアンサンブルに占める割合が増えていき、アンサンブルを構成する粒子のほとんどが似た値を持つようになる。これは「退化」と呼ばれる(樋口, 2011)。これを回避するためには、一般には多数のアンサンブルメンバー数を用いる必要があるが、トンネル工事の場合、計算コストの観点から極端に多くのアンサンブルメンバー数を用いることは適用性に課題が残る。それに対して最近では多数のアンサンブルメンバー数を用いる必要性が少ない改良手法も提案されている。

奥野・青野(2024)および奥野・青野(2025c)は、地下構造物周辺の均質岩盤の力学物性値(弾性係数 $E$ 、内部摩擦角 $\phi$ 、粘着力 $c$ )の推定にPFを用いて適用性を検討した。その結果として、100個程度のアンサンブルメンバー数では退化を生じて真値の推定が困難であった。これに対してPFの改良手法の1つであるNETF(Nonlinear Ensemble Transform Filter)(Tödter and Ahrens, 2015)を用いると、アンサンブルメンバー数200個程度で概ね真値を推定することができた(奥野・青野, 2025a; 奥野・青野, 2025b)。その理由として、NETFでは非線形・非ガウス性のシステムモデル・確率分布に対してベイズ理論に基づく事後分布に観測更新後の2次モーメント(分散共分散)を正確に一致させることで退化を回避しており、その効果と考えられる。

以上の非ガウス性にも対応可能な手法等を用いることで、引き続き地下構造物周辺岩盤の力学物性値の推定手法の改良が期待できる。

## 5 おわりに

本論文では、未知の地質構造等による力学物性値の多様かつ広範囲の空間分布を発見・評価することを目的に、時系列解析で提案されている「自己組織型状態空間モデル」を3次元確率場に応用した新しい手法（奥野，2025）について、その提案手法の特徴とこれを用いる背景等を解説した。また、その予備的検討として岩盤の力学物性値の空間分布を3次元ガウス確率場に限定した推定結果を例示し、結果の妥当性と有効性を論じた。

今後の展望として、多様かつ広範囲の岩盤の力学特性値の空間分布を対象とするには、特に非ガウス性の確率場への適用性について検討を進める必要がある。それにはアンサンブルベースの手法のうち、粒子フィルタ系を基本にアンサンブルの数を増やす必要のない手法について引き続き検討を進める予定である。

## 文献

青野泰久・山本真哉・櫻井英行・多田浩幸・奥野哲夫・菊本統（2024）：地下構造物施工時の地山の变形挙動予測のためのデータ同化活用の基礎的検討，土木学会論文集，**80**，No.19, 24-19002.

Aono, Y., Yamamoto, S., Sakurai, H., Tada, H., Okuno, T. and Kikumoto, M. (2025): Assimilation of drilling data for predicting ground deformation during tunnel construction, ISRM International Symposium, Eurock 2025 – Expanding the Underground Space.

Christakos, G. (1992): Random Field Models in

Earth Sciences, Academic Press, Inc.,474p.

Evensen, G. (1994): Sequential data assimilation with a non-linear quasi-geostrophic model using Monte Carlo methods to forecast error statistics, *Journal of Geophysical Research*, **99**, 10143-10162.

樋口知之編著（2011）：データ同化入門 一次世代のシミュレーション技術一，朝倉書店，240p.

石井雅子・岩前伸幸・宮嶋保幸・升元一彦・珠玖隆行（2025）：穿孔データを活用した掘削シミュレーションへのデータ同化適用性検証，令和7年度土木学会全国大会，第80回年次学術講演会，III -146.

（社）地盤工学会（2004）：新規制定地盤工学会基準・同解説，岩盤の工学的分類方法（JGS 3811-2004）.

片山徹（1983）：応用カルマンフィルタ，朝倉書店.

Kitagawa, G. (1998): Self-organizing state space model, *Journal of the American Statistical Association*, **93**, No.443,1203-1215.

Kitagawa, G. (1996): Monte Carlo filter and smoother for non-Gaussian nonlinear state space models, *Journal of Computational and Graphical Statistics*, **5**, No.1,1-25.

Kitagawa, G. and Sato, S. (2001): Monte Carlo smoothing and self-organising state-space model, In *Sequential Monte Carlo Methods in Practice.*, Stat. Eng. Inf. Sci.,177-195. Springer.

北川源四郎（2001）：一般化状態空間モデルと自己組織化の方法，人工知能学会誌，**16**，300-307.

北川源四郎（2005）：時系列解析入門，岩波書店，265p.

Kitanidis, P. K. (1997): Introduction to Geostatistics, Applications in Hydrogeology,

- Cambridge University Press, 249p.
- 持橋大地・大羽成征 (2019) : ガウス過程と機械学習, 講談社, 233p.
- 村上章・西村伸一・藤澤和謙・中村和幸・樋口知之 (2009) : 粒子フィルタによる地盤解析のデータ同化, 土木学会, 応用力学論文集, **12**, 99-105.
- Nerger, L., Janjić, T., Schröter, J. and Hiller, W. (2012): A unification of ensemble square root Kalman filters. *Monthly Weather Review*, **140**, 2335-2345.
- 奥野哲夫 (2025) : トンネル周辺岩盤の力学物性値の空間分布推定を目的としたデータ同化手法の検討, 土木学会, 第 51 回岩盤力学に関するシンポジウム講演集, 223-228.
- 奥野 哲夫・青野 泰久 (2024) : 地下構造物周辺地山の変形挙動予測を目的としたデータ同化の適用性に関する基礎的検討, 深田地質研究所年報, No.25, 43-59.
- 奥野 哲夫・青野 泰久 (2025a) : トンネル周辺地山の変形挙動予測のためのデータ同化の適用性に関する基礎的検討, 第 16 回岩の力学国内シンポジウム 講演集, 7-12.
- 奥野哲夫・青野泰久 (2025b) : トンネル施工時の岩盤物性推定に対するデータ同化手法の粒子数の影響比較, 第 60 回地盤工学研究発表会, 22-6-2-05.
- 奥野哲夫・青野泰久 (2025c) : トンネル施工時の岩盤物性推定に関する粒子フィルタ系データ同化の基礎的検討, 令和 7 年度土木学会全国大会 第 80 回年次学術講演会講演概要集, III-172.
- Tödter, J. and Ahrens, B. (2015): A Second-Order Exact Ensemble Square Root Filter for Nonlinear Data Assimilation. *Monthly Weather Review*, **143**, 1347-1367.
- Wackernagel, H. (1998): *Multivariate Geostatistics, An Introduction with Applications*, Springer, 291p.