

# 砂山の臨界状態と大崩壊の予測の試み

## — 光弾性物質を用いた内部構造の解明 —

吉岡直人

深田地質研究所

### Critical states of a sandpile and a trial to predict large avalanches

#### — An analysis of internal structure using a photo-elastic material —

YOSHIOKA Naoto

Fukada Geological Institute

要旨：ここでは詳しく述べることができないが、砂山の挙動に関する研究は、地震の予測に関係して行われてきており、本研究も、この延長線上のものである。本研究では、光弾性物質をもちいて2次元の砂山を作り、砂山形成と崩壊に至る各段階で光弾性写真を撮り、その内部構造の変化を追跡し、大崩壊の前における特徴を抽出することを2種類の方法で試みた。まず、崩壊直前の砂山内部構造変化の大きさに注目した。崩壊直前には、粒子を増加させても、内部構造の変化はむしろ小さくなる傾向があることが見られた。また、表面付近の応力鎖は、崩壊直前には、きわめて低角になり、斜面に平行になることも観察された。これらはこれまでの解析によって得られた暫定的な結論である。これらを前兆として確実に把握するには、今後さらに詳細な検討が必要である。

キーワード：光弾性，ガウジ，応力鎖，砂山崩し

Abstract: Two-dimensional sandpile experiments using a photo-elastic material have been done in relation to predicting earthquakes. We took photos at many points of the experiments to observe the change in the internal structure of the sandpiles due to addition of particles. We tried to capture the characteristics of the structure before large avalanches in two different ways. The first one is the change between two successive photos. The results show that the change becomes rather smaller prior to large avalanches. The second one is the orientation of the stress chains near the surface of the sandpile which become parallel to the surface slope and very low angle prior to large avalanches. These are provisional results based on the analysis done so far. We need to further investigate in order to confirm the precursory conditions of large avalanches.

Keywords: photo-elasticity, gouge, stress chain, sandpile experiment

## 1. はじめに

表題にある「砂山」と、筆者の主たる研究課題である「地震」が、どのような関係にあるの

かについては、すでに Yoshioka (2003), Yoshioka and Sakaguchi (2008), 深田研ニュース 101号 (吉岡, 2009a), 同 103号 (吉岡, 2009b) などで紹介されているが、ここで簡単にもう一度説明して

おこう。

ことの起りは Bak *et al.* (1987) に遡る。彼らはセルラーオートマトンというモデルで計算機シミュレーションを行い、一粒の粒子の投入で崩壊するセルの数、すなわち崩壊の規模と頻度の関係を調べ、これがべき乗則に従うものであることを示した。彼らはこれを「自己組織化臨界現象 (Self-Organized Criticality, SOC と略)」と呼び、地震の規模と頻度の関係をあらわすグーテンベルグ・リヒター則 (以下, G-R 則) は SOC の典型的な例とされた。彼らはこのシミュレーションを砂山 (sandpile) 崩しになぞらえたので、砂山崩しが地震と結び付けられることになった。

Bak たちの論文に刺激されて、実際の砂を使った実験も行なわれた。ところが実際に、円形の台の上に円錐形の砂山を作るという実験を行ってみると、砂山の崩れ方は SOC 的な現象も観測されたが、必ずしもそればかりではなく、非常に周期的な現象も観測されたのである (たとえば, Held *et al.*, 1990; Rosendahl *et al.*, 1993, 1994; Yoshioka, 2003)。この違いは、砂山を構成する粒子の大きさと、砂山を支える円形の台の大きさ (直径) の比によって決まることが明らかとなってきた。Yoshioka (2003) は後者を「固有地震的」と呼んだ。固有地震 (characteristic earthquake) は, Schwartz andoppersmith (1984) によって提唱された概念で、同程度の規模の地震が、同じ場所で周期的に繰り返し起きる地震である。

このように、砂山崩しの実験から得られる現象は、実際の地震観測で得られる2つの事象、すなわち G-R 則にしたがう現象と、固有地震的な現象の両者を具現するものであるので、再現可能な砂山崩しの実験を行って、これを詳しく調べれば、何がこの両者を引き起こす

原因になっているのか、また、大きな固有地震は予測できるのか、といった疑問への手がかりが得られることが期待される。これが本研究の基本的な動機である。

本稿では、上述の砂山崩し実験の結果をもたらす原因を探る目的で行った、2次元の、光弾性物質による砂山崩し実験と、その結果について報告する。この結果の一部は、すでに深田地質研究所年報第 11 号 (吉岡, 2010) に報告されているが、本稿はそれをさらに深めた解析結果についての報告である。なお、実験方法、解析結果の一部などについて、同年報と重複する部分があることをお許しいただきたい。

## 2. 光弾性物質による砂山崩しの実験と解析

### 2.1 光弾性物質と実験装置

光弾性物質として、米国 Measurements Group, Inc. が製造販売している PSM-4 と名付けられた物質を採用した。Young 率は 4 MPa と小さく (弾性ゴム程度)、自重によって光弾性の性質を

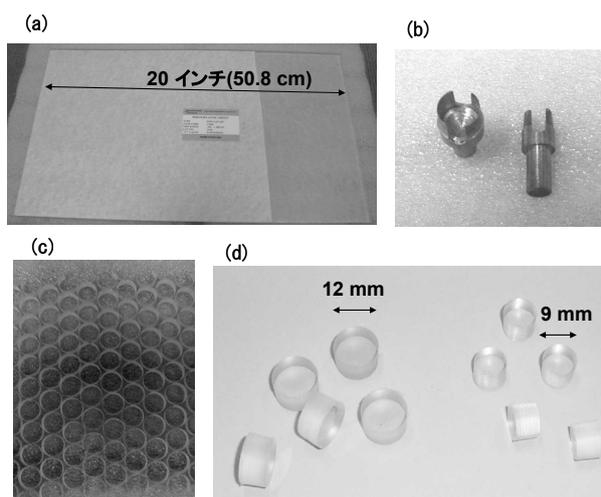


図1 光弾性物質による模擬砂。(a) 光弾性物質 PSM-4 (米国 Measurements Group, Inc. 製) の板。(b) くり抜き用ピット (特注)。(c) 蜂の巣状にくり抜いたあとの PSM-4。(d) 光弾性物質による模擬砂。

発揮することが期待できる。この材料は厚さ 1/4 インチ (6.35 mm), 10×20 インチ (254×508 mm) の板状 (図 1 (a)) で販売されているので, 直径 9 mm および 12 mm の削り抜き用治具 (図 1 (b)) を作成し, この板をボール盤で蜂の巣状にくりぬいて (図 1 (c)), 円盤状の模擬砂を作成した (図 1 (d))。

このようにして作成した“砂”を1つずつ数



図2 光弾性物質による砂山の形成。2枚の壁の間 (間隔 7mm) に光弾性物質の模擬砂を, 数を数えながら落としてゆく。後方は偏光を発生する光源。

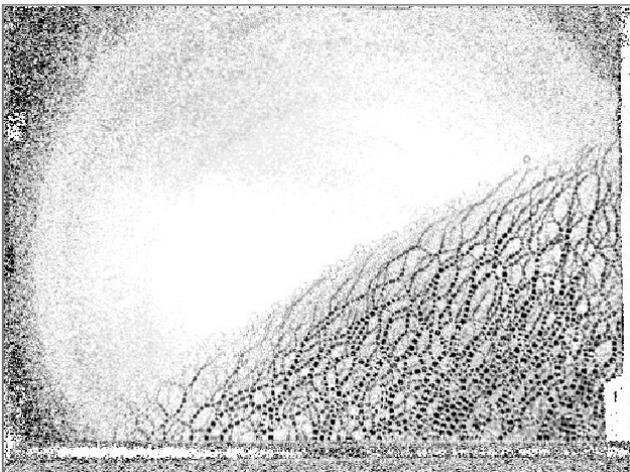


図3 光弾性物質による2次元の砂山の光弾性写真。黒い部分が応力の大きい部分で, 応力鎖を形成している。

を数えながら, 2枚の透明な壁の間 (壁間は 7 mm) に落として砂山を形成する (図 2)。砂と壁の摩擦をなくすため, 砂には薄く細かいパウダーを塗布してある。

こうして形成した2次元の砂山に後方から偏光を当て (図 2), 手前側からカメラで撮影し, コンピュータに取り込んで処理をする。この一連の処理を行うシステムは米国 StressPhotonics 社の GFP1200 である。1つの状態に対して 16 枚の写真を撮り, 合成するというシステムであるので, 16 枚の写真を撮りきるのに 15 秒程度を要する。

## 2.2 砂山の内部構造

このシステムで採取した砂山内部構造の写真の一例を図 3 に示す。この砂山は, 100 cm の長さの台の上に, 左半分の砂山を形成したもので, およそ 2500 個の粒子からなる。砂山の形成方法としては, 山の頂点部分 (図の右側) に1つずつ落下させる方法 (localized source) を採用した。形成方法としては, 山全体に万遍なく雨のように降らせる方法 (homogeneous rain) もあり, 砂山の形成の方法によって内部構造が異なってくることも報告されているが (上滝・森山, 1979; Venal *et al.*, 1999; Geng, *et al.*, 2001), ここではそのことには触れない。

図で黒く見える部分が, 歪が大きい部分, すなわち, 大きな力を受けている部分である。これらがつながって応力鎖と呼ばれる柱状の構造を形成している。砂山は, 粒子の数がふえるにしたがって, 崩壊を繰り返しながら成長し, その内部には図に示されているように, 強い応力鎖が形成されてゆく。

特徴的なことをいくつか挙げると,

- (1) 山の中心部 (右側) の底辺付近では, アーチ状の構造がいくつも重なっている。

- (2) 山は柱状の応力鎖によって支えられ、柱の間にある粒子は、山の構造を支えることに寄与していない。すなわち、一部の粒子だけが構造を維持するのに貢献している。
- (3) 表面付近では、斜面に平行な方向の応力鎖が発達し、その上の粒子を支えている。などが挙げられよう。

## 2.3 定量的解析手順

このような砂山内部の構造の可視化は、構造を直感的に把握するには極めて有効な手段であるが、さらにこのデータを用いて定量的な議論を行うために、次のような定量化を行った。

### 2.3.1 マトリックスデータの抽出

図3に示した画像、すなわち GFP1200 で採取した画像は 512×384 個のピクセルから成り立っている。各ピクセルは光の明るさに対応した数値（スカラー量）を持っている。これをマトリックスのデータとして吐き出すツールは GFP1200 に備えられている。これを利用して、



図4 不要部分の排除のための座標の読み取り。+印が読み取った座標（19点）で、これを結んだ外側の領域に位置するピクセルは無視される。

マトリックスデータ（具体的には EXCEL 形式のデータ）に吐き出し、保存した。さらにこれを、桁数をそろえた一般マトリックスデータに変換した。現在までに撮られた画像データはすべてこのマトリックス形式で保存されている。

### 2.3.2 不要部分の排除

このデータから、解析に不必要な部分を除外する必要がある。たとえば図3では、砂山以外の部分でも見掛け上、黒くなっている部分があるためである。これを行うには、光弾性写真とは別に撮った、砂山表面の形状が明瞭に見える写真を用いる（図3に示した光弾性写真では、砂山表面の位置は明瞭ではない）。図4にこの写真上に、砂山表面の形状を読み取った点（+印）を印した図を示す。図の中心部は明るすぎて、図4には明瞭に示されていないが、全部で20点までの座標で必要部分を取り囲んだ。座標の読み取りには、ImageJ というフリーソフトを用いた。

### 2.3.3 光強度の指定とクラスターの認識

2.3.2 で指定した範囲内にあるピクセルのうち、指定した光強度以上の値を持つピクセルを

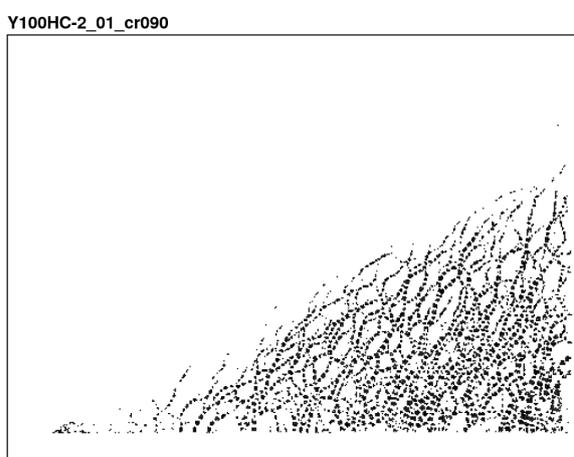


図5 指定した光強度以上の値を持つピクセルを描きだした例。

抽出する。図5にこのようにして抽出したピクセルのみを描いた図の例を示す。図の表題にある「cr090」は、90以上の値（値の単位は任意）を持つピクセルという意味であり、この値は必要に応じて変更できる。

隣り合うピクセルが指定した値以上の値を持つ場合、それらを一まとめにしてクラスター（塊）として認識させる。大きなクラスターは数十個のピクセルからなる。図6(a)は、図5の一部を取り出し、拡大したものであり、値90以上のピクセルを黒く塗ったもの、図6(b)は、この中で隣り合うピクセルを自動的にクラスタ

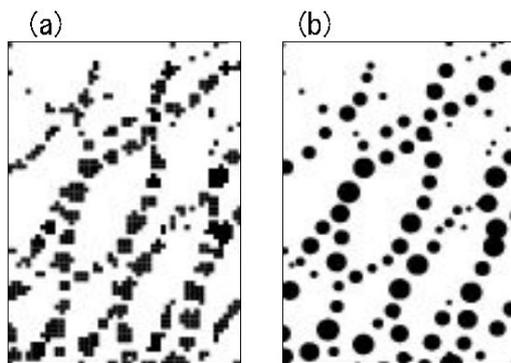


図6 (a) 一定以上の値を持つピクセル（黒色）の塊（クラスター）を自動認識させて、(b) 同面積の円で近似したもの。

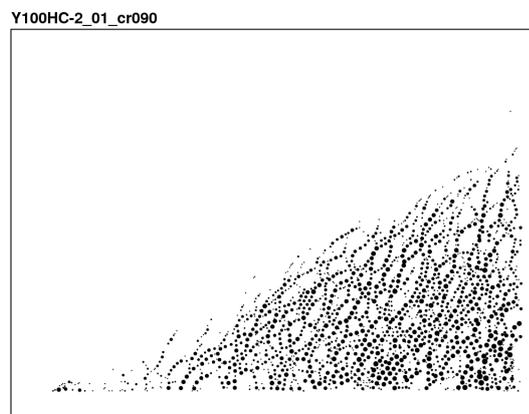


図7 図5のピクセルを、クラスター化した円で描いたもの。

ーとして判別し、そのクラスターと同じ面積を持つ円で近似したものである。概ね、よい近似がなされているのではないだろうか。これらの円の中心座標と半径は、基礎データとしてファイルに書き込まれ、保存される。

図7には、図5に描かれている、90以上の値を持つピクセルを、クラスター化し、それぞれを円で近似したものを示す。

### 2.3.4 ローズダイアグラム

このようにして作成したデータを用いて、「近接した円は互いに力を及ぼしあって応力鎖を形成している」と考え、その大きさと方向を計算して、応力鎖のローズダイアグラムを描く。2つの円が近接しているか否かは、ある値を設定し、円間の距離がこの値以下かどうかで判断する。また応力鎖の大きさ（太さ）は、2つの円の大きさの平均に比例するものとする。図8はこのようにして描いた応力鎖と、そのローズダイアグラム(左上インレット)を示す。データは図7に示したものと同一である。この場合、2つの円の近接度は2.0という値が用いられている（単位はピクセルの大きさ。dis=2.0がこれを示す。）。このようにしてひかれた応力鎖の

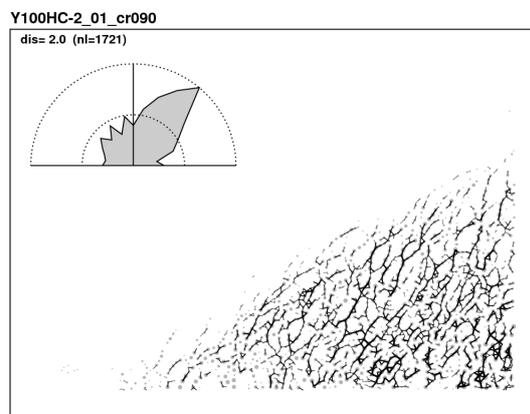


図8 近接する円を結んで描いた応力鎖と、そのローズダイアグラム(左上インレット)。

総本数は、1721 本 (nl=1721 で示されている) である。約 50 度右上向きの応力鎖が卓越していることが分かる。

### 3. 崩壊の予測の試み

光弾性物質を用いた 2 次元の砂山崩し実験でも、台を大きくすると、大きな崩壊 (ナダレ) が比較的周期的に起きるようになる。そこで、大きな崩壊が起きる前に、砂山内部に特徴的な構造や、変化が見られるかを観察した。ここではこれまでに行った 2 つの方法を紹介する。

#### 3.1 砂粒子増加による変化量の大きさ

図 9 に、ある試験 (実験番号 Y100HC-1) の台上の粒子の数の変化を示す。この試験は、長さ 100cm の台に、図 2 で示した方法で砂山を作り、その数の変化を記録しながら、光弾性写真を撮ったものである。図中の黒丸の点で光弾性写真を撮り、番号は写真の番号である。番号が 3 つ書かれているのは、同じ状態で、光源の向きを変え、撮影したものである。このため、前

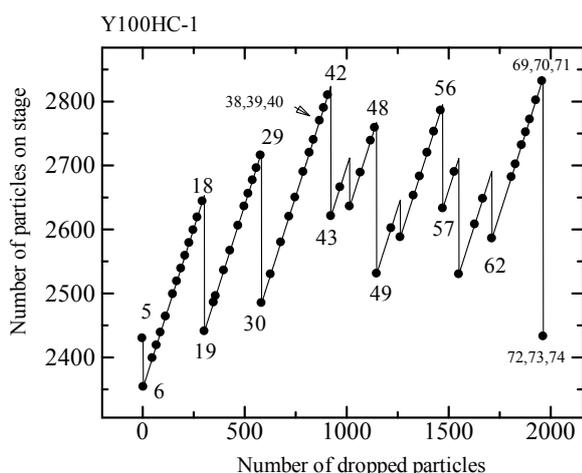


図9 100cm の台上の粒子数の変化。番号は光弾性写真の番号。3 つ書かれているのは、光源の向きを変えて撮影したもの。

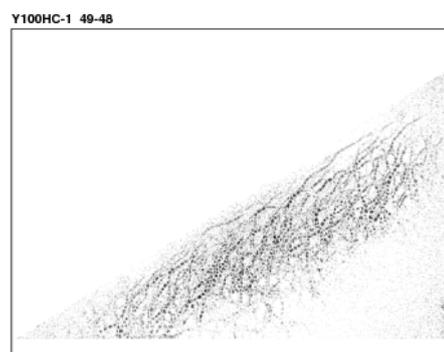
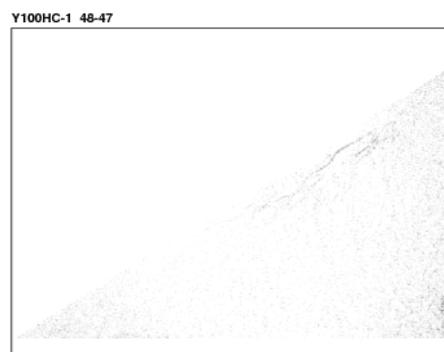
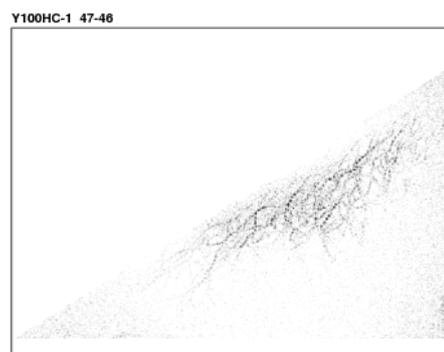


図 10 隣り合う 2 つの写真の差をとったもの。その間の変化が黒く表わされている。ただし、+ の変化も - の変化も同色で表わされている。

後の変化を直接比較しにくい。

ここでは、48の直後に起きた比較的大きいナダレに着目し、その直前にどのような変化があったかを見ることにしたい。

図10にその結果を示す。黒い部分が変化のあった部分を表す。ただし、プラスの変化（光度の数値が大きくなった変化）も、マイナスの変化（同、小さくなった変化）も、同じ黒の濃さの変化として示している。

最下段の49-48と書かれたものは、ナダレの前後の変化であるから、変化が大きいの当然である。ナダレによって、かなり深い部分まで影響を受けていることが注目される。逆に、表層から深い部分では、ナダレによっても全く変化をしていない部分があることにも注目する必要がある。

48-47は大きなナダレが起きる直前のものであり、47から48に至る間に20個の粒子が加えられている。この間の変化は極めて小さい。

その上の47-46と46-45は、加えられた粒子数は約50個であり、48-47の変化と直接比べるわけにはいかないが、それでも大きな変化を示していることは間違いない。すなわち、臨界状態に向かう途中の段階では、加えられた粒子によって応力の再配分が内部で大きく行われていることを示している。これに対して、臨界状態に近づくにつれて、新たに加えられた応力は均等に配分され、見掛け上、変化が少なくなるのではないかと考えられる。これは、地震前の静穏化現象に対応しているとも考えられる。

### 3.2 表面付近の構造

光弾性写真を観察していると、表面付近では次第に表面に平行な応力鎖が発達していくことに気付く。とくに大崩壊直前には、これが極めて顕著になるので、これを定量的に表現するた

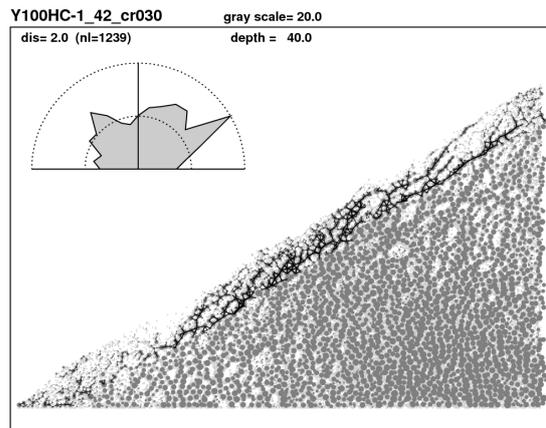


図11 砂山表面付近の応力鎖の構造。表面付近は応力が小さいので、光強度30以上のものについてクラスターを抽出し、表面から40ピクセルの深さのものについて解析した。

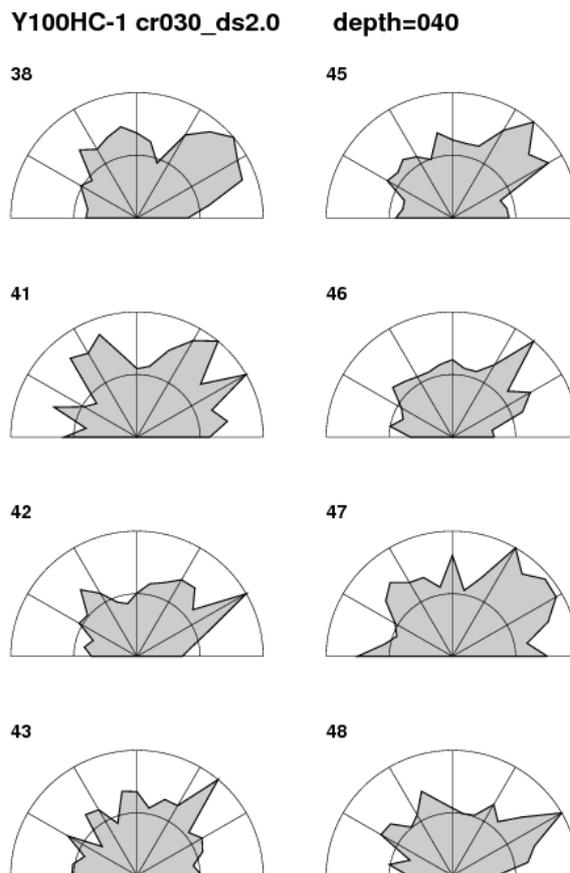


図12 図11に示した方法で作成したローズダイアグラム。データ番号は図9に示したものに対応。42、48が大崩壊直前のもの。応力鎖の方向が極めて低角（約30度）となっている。

めに、図8で示した手法を、表面付近のクラスターのみにも適用した。用いたデータは図9に示したものである。

表面付近は応力が小さく、この付近の応力鎖を把握するためには、「2.3.3 光強度の指定とクラスターの認識」で示した光強度の閾値を小さくすることが必要である。ここではその値を30とし、クラスターを抽出した。その結果を図11に示す。深い部分は、クラスターが多すぎて、応力鎖の解析を行うことは意味がないが、表面付近については、応力鎖の発達状況が明瞭となっている。ここでは解析する範囲を表面から40ピクセルにし(図中の  $depth=40$  がこれを示す)、ローズダイアグラム解析を行った。図12に、このようにして得られたローズダイアグラムの時系列を示す。

図9から分かるように、42, 48が大崩壊を起こす直前のデータであるが、この2つは他のものに比べ、応力鎖の方向が極めて低角になって、ほぼ斜面の傾きと同じになっており、上からの力を支えていることが分かる。これが崩壊したときに、大崩壊が発生するものと考えられる。

#### 4. おわりに

光弾性物質を用いて、砂山内部構造の変化を追跡し、大崩壊の直前にどのようなことが起きているかを調べ、これを大崩壊の予測につなげることを試みた。

今回は、上記のように2つの方法を試みた。

第一は、砂粒の増加によって内部構造に変化が起こる様子を、2枚の写真の差をとり、それが大崩壊が近づくことによってどのように変化するかを観察した。これによると、崩壊に至る過程では、増加した砂粒による応力の変化は、不均質な部分を埋めるように再配置され、2枚

の写真の差としてはかなり大きく表れる場合が多いが、大崩壊直前になると、応力の増加分は砂山全体にかなり均等に配分され、見掛け上、応力の変化が小さいように見えることが分かった。これは、地震の前に現れるという静穏化現象に対応しているのかもしれない (Mogi, 1979)。

第二の方法は、砂山表面近傍の応力鎖の方向である。崩壊が近づくにつれ、この部分の応力鎖はほぼ表面に平行に発達するようになり、これがかかなり顕著となる。言い換えれば、応力鎖の向きが低角になりきったところで崩壊が発生する。これは、地震の発生になぞらえたとき、地殻内部の応力のどのような状態に対応しているのか、まだ十分な考察が行われていない。

今回、本報で報告した解析は、まだまだ緒についたばかりのものであり、十分ではない。これまで行ったすべての実験の解析が行われているわけではなく、とくに台が小さい場合との比較考察などは今後の課題である。

解析に用いたパラメータは、①光強度の閾値(図5などにおける  $cr090$  などの値)、②クラスターの近接度を表す閾値(図8における  $dis=2.0$  などの値)、また、③表面付近の応力鎖を解析するための表面からの深さを表す値(図11における  $depth=40.0$  などの値)である。これらはこれまでのところ、経験的に最適と思われる値を用いてきたが、ここで示したデータ以外のデータにも適用可能かどうかは、今後の課題である。今後さらに詳しい解析を行い、大崩壊の予測、ひいては地震の予測につなげることを念頭に置きつつ、研究を進めたい。

#### 謝辞

本研究は科学研究費補助金、研究課題番号21540442(平成21-23年度)の援助を受けて行われた。

参考文献

- Bak, P., Tang, C., and Wiesenfeld, K. (1987): Self-organized criticality: An explanation of  $1/f$  noise, *Phys. Rev. Lett.*, *59*, 381-384.
- Geng, J., Longhi, E., Behringer, R. P., and Howell, D. W. (2001): Memory in two-dimensional heap experiments, *Phys. Rev. E*, *64*, doi: 10.1103/PhysRevE.64.060301.
- Held, G. A., Solina, D. H., Keane, D. T., Haag, W. J., Horn, P. M., and Grinstein, G. (1990): Experimental study of critical-mass fluctuations in an evolving sandpile, *Physical Rev. Lett.*, *65*, 1120-1123.
- 上滝具貞, 森山龍一 (1979): 安息角で堆積した粉粒体層の底圧分布について, 粉体工学会誌, *60*, 184-191.
- Mogi, K. (1979): Two kinds of seismic gaps, *Pure Appl. Geophys.*, *117*, 1172-1186.
- Rosendahl, J., Vekic, M., and Kelly, J. (1993): Persistent self-organization of sandpiles, *Phys. Rev. E*, *47*, 1401-1404.
- Rosendahl, J., Vekic, M., and Rutledge, J. E. (1994): Predictability of large avalanches on a sandpiles, *Phys. Rev. Lett.*, *73*, 537-540.
- Schwartz, D. P., and Coppersmith, K. J., *J. Geophys. Res.*, *89*, 5681, 1984
- Venal, L., Howell, D., Clark, D., Behringer, R. P., and Clement, E. (1999): Memories in sand: Experimental tests of construction history on stress distributions under sandpile, *Phys. Rev. E*, *60*, R5040-R5043.
- Yoshioka, N. (2003): A sandpile experiment and its implication for self-organized criticality and characteristic earthquake, *Earth, Planet and Space*, *55*, 283-289.
- 吉岡直人 (2009a): 砂山崩しと地震 — その1 —, 深田地質研究所ニュース, No.101, 5-8.
- 吉岡直人 (2009b): 砂山崩しと地震 — その2 —, 深田地質研究所ニュース, No.103, 9-16.
- 吉岡直人 (2010): 固体地球科学における光弾性技術利用のすすめ, 財団法人深田地質研究所年報第11号, 117-127.
- Yoshioka, N. and Sakaguchi, H. (2008): Looking into a sandpile by photo-elasticity and discrete element method, in *Advances in Geosciences*, Vol. 13, Solid Earth (ed. K. Satake), World Scientific, 281-290.