

地盤工学における物理探査データのロックフィジックスをベースにした 解釈技術に関する研究（その4） －堆積岩の静的ヤング率と一軸圧縮強度のモデル化－

高橋 亨¹・田中 莊一¹

¹ 深田地質研究所

Study on rock physical interpretation of geophysical data for geotechnical applications (Part IV)
- Rock physics modelling of the static Young's modulus and unconfined compressive strength
of sedimentary rocks -

TAKAHASHI Toru¹ and TANAKA Soichi¹

¹Fukada Geological Institute

要旨：弾性波探査で得られる弾性波速度から堆積岩の静的ヤング率と一軸圧縮強度を推定することを目的に、検層と室内試験で得られた弾性波速度データに岩石モデルを適用した。ヤング率の計算では、砂質頁岩モデルとその拡張モデルを用いて動的および静的ヤング率を計算し、実測データと比較した。拡張モデルでは、弾性係数の非線形性を表すために粒子間のすべりを表わすパラメータを導入し、実測データを説明できる結果を得た。一軸圧縮強度については、パーコレーション理論の考え方を用いて、実測データに見られる一軸圧縮強度の最大値を説明できる可能性を示した。弾性波速度と間隙率をベースにしたモデルを併用することにより、弾性波速度から合理的に一軸圧縮強度の最大値を推定できる可能性を示した。

キーワード：ロックフィジックス，物理探査，ヤング率，一軸圧縮強度

Abstract: To estimate the static Young's modulus and unconfined compressive strength of sedimentary rocks, rock physics models are applied to seismic velocity data obtained from well loggings and laboratory tests. Dynamic and static Young's moduli are calculated using the sandy shale model and its extension, and compared with actual measurements. The extended sandy shale model has an additional parameter representing a slip between grains for modeling a nonlinearity of the elastic modulus. The comparison shows good agreement between calculated and measured data. For modeling the unconfined compressive strength (UCS), the percolation theory is used for understanding the upper bound of UCS observed in the actual measurements. The rock physics model which is applicable to the seismic velocity can be also used for rationally estimating the maximum UCS of a rock from its seismic velocity.

Keywords: rock physics, geophysics, Young's modulus, unconfined compressive strength

1. はじめに

筆者達は、地盤工学分野での物理探査データの解釈技術を高度化することを目的に、近年石油・ガス探査開発分野で積極的に研究、適用が進めら

れているロックフィジックスを利用した解釈技術の研究を行っている（高橋・田中，2007）。これまでに、研究に必要なインフラとして各種岩盤の物理探査データと工学特性を集めたロックフィジックスデジタルライブラリーと呼ぶデータベースを

構築し (金子・高橋, 2008), 収集した物性データを用いて, 国内の代表的な岩種の1つである堆積性軟岩の物性データに既往の岩石モデルを適用し, その評価を行った (高橋・田中, 2008). さらに, 土質地盤で取得された物性データに未固結砂岩モデルを適用し, 物理探査データによる土質分類の可能性を示した (高橋・田中, 2009).

トンネルや地下構造物等の土木構造物の設計や施工に当たっては, 対象とする岩盤の変形, 強度特性を把握する必要がある. 従来から, 原位置での岩盤試験やボーリングコアを用いた室内試験により変形係数や強度が測定され, 利用されている. しかしながら, これらの測定データは, 調査対象岩盤の限られた地点のデータであるため, 一般には地質調査等に基づいた岩盤区分をベースに調査対象全体の広域的な岩盤の力学モデルが構築されているが, 広域を調査できる物理探査結果から, 変形係数や強度を推定することができれば, より効率的かつ精度の高い岩盤の力学モデルの構築が可能になると考える.

そのため, 従来から, 原位置試験やボーリングコアの室内試験で得られた変形係数や強度の測定値と物理探査 (弾性波探査) で得られた物性 (弾性波速度) との相関関係 (例えば, 須藤ほか, 2005) や一般に知られた経験式等 (例えば, Zhang, 2005) に基づいて, 弾性波速度から変形係数や強度を推定する方法が用いられているが, 推定精度の面や汎用性の面で課題がある. そこで, 本研究では, より合理的に, 弾性波特性から岩盤の変形係数 (以下では, 静的ヤング率とする) や一軸圧縮強度を推定するために, ロックフィジックス分野で利用されている岩石モデルや考え方を適用する. 検討に使用したデータは, 上述したロックフィジックスデジタルライブラリーに収録した堆積岩での検層と室内試験データである.

2. 静的ヤング率のモデル化

筆者達は, 堆積性軟岩の弾性波特性のモデル化に, 二粒子岩石モデル (Marion et al., 1992; Avseth et al., 2005) の砂質頁岩モデルの適用性が高いことを示した (高橋・田中, 2008). そこで, ここでも, まず, 弾性波速度から得られる動的ヤング率に砂質頁岩モデルを適用した上で, 静的ヤング率のモデル化に適した拡張について検討を行う.

2.1 動的ヤング率のモデル化

砂質頁岩モデルの弾性係数は, 間隙率 ϕ と粘土含有率 $C (= \phi / \phi_{sh})$ (ϕ_{sh} : 粘土の間隙率) を用いて, 乾燥状態での体積弾性係数 K_{dry} とせん断弾性係数 G_{dry} として, 以下の Hashin-Shtrikman の下限式から求められる (Hashin and Shtrikman, 1963, Mavko et al., 2009) :

$$\begin{aligned} K_{dry} &= \left[\frac{C}{K_2 + (4/3)G_2} + \frac{1-C}{K_1 + (4/3)G_2} \right]^{-1} - \frac{4}{3}G_2 \\ G_{dry} &= \left[\frac{C}{G_2 + Z} + \frac{1-C}{G_1 + Z} \right]^{-1} - Z \\ Z &= \frac{G_2}{6} \frac{9K_2 + 8G_2}{K_2 + 2G_2} \end{aligned} \quad (1)$$

ここで, K_1 , G_1 は, 間隙率がゼロの場合の岩石の弾性係数であり, 石英等の弾性係数が使われる. 一方, K_2 と G_2 は, 粘土の間隙率における弾性係数であり, Hertz-Mindlin の式を用いて, 以下の式から求められる (Mindlin, 1949) :

$$\begin{aligned} K_2 &= \left[\frac{n^2(1-\phi_{clay})^2 G_{clay}^2}{18\pi^2(1-\nu_{clay})^2} P \right]^{1/3} \\ G_2 &= \left[\frac{5-4\nu_{clay}}{5(2-\nu_{clay})} \left[\frac{3n^2(1-\phi_{clay})^2 G_{clay}^2}{2\pi^2(1-\nu_{clay})^2} P \right] \right]^{1/3} \end{aligned} \quad (2)$$

ここに, G_{clay} : 粘土のせん断弾性係数, ν_{clay} : 粘

土のポアソン比, ϕ_{clay} : 粘土の間隙率(= ϕ_{sh}), P : 有効応力(拘束圧), n : 配位数(粒子間の接触数を表す量)である. 飽和した岩石の場合には, Gassmann の式を使って, 以下のように体積弾性係数 K_{sat} が求められる(Mavko et al., 2009). せん断弾性係数は, 飽和による変化はないので, G_{sat} は G_{dry} と等しいと考える.

$$K_{\text{sat}} = K_{\text{dry}} + \frac{(1 - K_{\text{dry}} / K_1)^2}{\phi / K_f + (1 - \phi) / K_1 - K_{\text{dry}} / K_1^2} \quad (3)$$

$$G_{\text{sat}} = G_{\text{dry}}$$

ここに, K_f は間隙流体(ここでは水)の体積弾性係数である.

動的ヤング率 E_d は, K_{sat} と G_{sat} を用いて,

$$E_d = \frac{9K_{\text{sat}}G_{\text{sat}}}{3K_{\text{sat}} + G_{\text{sat}}} \quad (4)$$

で表される.

このモデルを, 高橋・田中(2008)が使用した3種類の堆積性軟岩(砂岩, 砂質泥岩, 泥岩)の検層で得られた弾性波速度(P波, S波速度)と室内試験で測定された密度値を用いて計算した動的ヤング率に適用した結果を図1に示す. ここでは, 検層の測定深度にほぼ相当する4種類の拘束圧(0.5, 1.0, 2.0, 4.0MPa)に対しての計算結果を示す. 計算に使用したパラメータを表1に示す. これらの値は, 高橋・田中(2008)が砂質頁岩モデルに使用した値と同じである. 図からわかるように, モデルに基づいて計算された値は実測値とよく一致しており, モデルの適合性の高さを示している. 特に, 砂岩の場合, 拘束圧依存性が強いことが知られているが, モデルによってもよく表現されていることがわかる.

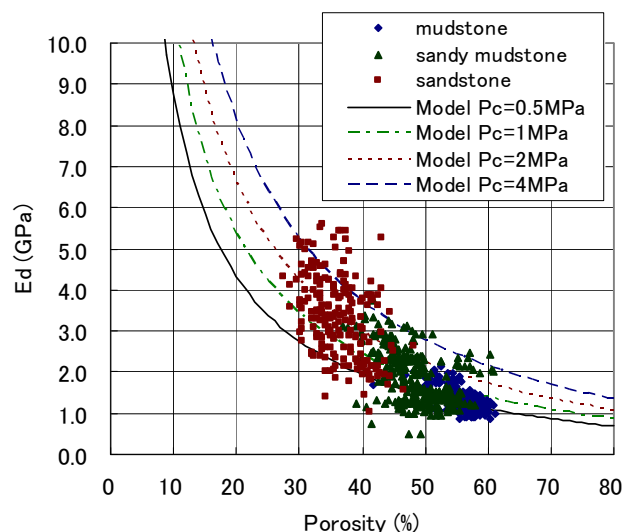


図1 動的ヤング率(E_d)と間隙率の関係
実測データ(点)に, モデルによる計算値(曲線)を重ねた結果. 計算値は, 4種類の拘束圧(0.5, 1.0, 2.0, 4.0MPa)に対応する.

表1 モデル計算に使用したパラメータ

n	21	Coordination number
ϕ_{clay}	0.8	Porosity of clay
K_{clay}	21 GPa	Bulk modulus of clay
G_{clay}	7 GPa	Shear modulus of clay
K_1	36.6 GPa	Bulk modulus of Quartz
G_1	45GPa	Shear modulus of Quartz

2.2 静的ヤング率のモデル化への拡張

弾性波特性から推定される動的弾性係数は微小歪領域での弾性係数であるのに対して, 土木構造物の設計に必要な静的弾性係数は大きな歪領域での弾性係数であり, その非線形性を考慮する必要がある. 砂質頁岩モデルに代表される粒状体モデルでは, 拘束圧下にある粒状体の弾性係数を(2)式に示す Hertz-Mindlin の式で表す場合が多いが, 微小歪領域での弾性波特性のモデル化が目的の場合には, 粒子間のすべりは想定されていない. つまり, 常に粒子に働くせん断力がせん断強度以下であると仮定している.

一方, 歪の大きな領域での弾性係数を考える場

合には、微小歪領域では想定しなかった粒子間のすべりを想定する (Oda and Iwashita, 1999; Mavko et al., 2009). 実際には、極端な場合として、粒子間の摩擦が全くない場合、つまりせん断強度がゼロの粒子と上記のようにすべりを想定しない、つまりせん断強度が無限大の粒子が混在する粒状体を考え、Hertz-Mindlin の式を書き換える. 全粒子の中でせん断強度無限大の粒子の割合を f ($0 < f < 1$) とすると、(2) 式のせん断弾性係数を、

$$G_2' = \frac{2+3f-\nu_{clay}(1+3f)}{5(2-\nu_{clay})} \left[\frac{3n^2(1-\phi_{clay})^2 G_{clay}^2}{2\pi^2(1-\nu_{clay})^2} P \right]^{1/3} \quad (5)$$

と表すことができる (Mavko et al., 2009). 体積弾性係数については、変化はないと考えるので、(2) 式の K_2 をそのまま使用する. 計算では、パラメータ f によって非線形性の大きさを表す.

このモデルを、図 1 に示す検層データが取得された同じボーリング孔で採取されたコア試料の室内三軸圧縮試験で測定された静的ヤング率に適用した結果を図 2 に示す. 実測データの大きさについて見ると、静的ヤング率は、動的ヤング率に比べ、砂岩の場合 1/2 から 1/5, 砂質泥岩と泥岩の場合、1/3 程度であることがわかる.

モデル計算では、ここでも、動的ヤング率の計算の場合と同じ 4 種類の拘束圧に対しての計算結果を示す. ここでの計算では、(2) 式の G_2 の代わりに、(5) 式の G_2' を使用し、パラメータ f として 0.005 を与えた. この値は、固結度の低い堆積性軟岩に対する値としては妥当な値であると考えられる. その他のパラメータは、表 1 に示す値を使用しているが、配位数については、粒子間にすべりが発生する場合、粒子間の接点数はすべりが発生しない場合に比べて小さくなると想定されるので、すべりの無い場合に比べて小さい値を使用した ($n=9$ とした).

動的ヤング率の場合と同様 4 種類の拘束圧に対して計算された結果は、実測データとよく一致している. このことから、Hertz-Mindlin モデルにおいて粒子間のすべりを考慮することにより、砂質頁岩モデルによって堆積性軟岩の動的だけでなく、静的なヤング率についてもモデル化が可能であることが示されたといえる. しかしながら、パラメータ f の値と配位数の関係も含め、弾性係数の歪依存性をどこまで表現し得るのかについては今後検討する必要がある.

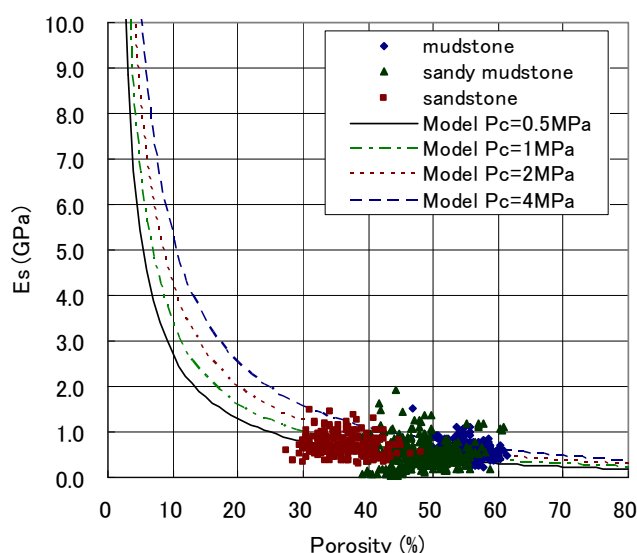


図 2 静的ヤング率 (E_s) と間隙率の関係
実測データ (点) に、モデルによる計算値 (曲線) を重ねた結果. 計算値は、4 種類の拘束圧 (0.5, 1.0, 2.0, 4.0 MPa) に対応する.

図 3 は、動的ヤング率の実測データからこのモデルを用いて静的ヤング率を予測した結果を間隙率の関係として表したものである. 砂岩、砂質泥岩、泥岩を 1 つのモデルで表しているため、砂岩と泥岩については、実測値と若干の差が認められるが、概ねよい一致を示していることがわかる. つまり、ここで提案した岩石モデルを用いることにより、弾性波速度から得られる微小歪領域での弾性係数 (動的ヤング率) から歪の大きい領域で

の弾性係数（静的ヤング率）を推定できる可能性が高いことが確かめられた。

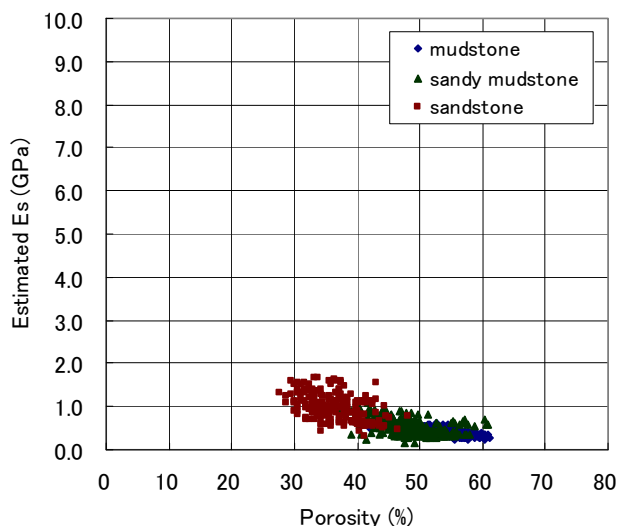


図3 推定静的ヤング率と間隙率の関係
砂質頁岩モデルに基づいて動的ヤング率から推定された静的ヤング率と間隙率の関係。

3. 一軸圧縮強度のモデル化

3.1 一軸圧縮強度と間隙率の関係

岩石の体積変形を表すヤング率と違い、強度は一般に岩石の局所的な状態に依存して変化するため、岩石の特性を有効媒体的に平均化してモデル化することは難しいと考えられる。しかしながら、図4に例示した国内の堆積岩のコア試料の室内試験で得られた一軸圧縮強度と間隙率の関係をみると、間隙率に応じて一軸圧縮強度の最大値が存在するように見える。

Oda et al. (2002)と竹村・小田 (2002) は、花崗岩の三軸圧縮試験での破壊時の岩石のクラックの状況を顕微鏡下で詳しく観察し、クラックテンソルを用いて解析した。その結果、花崗岩質岩石の破壊は、クラック密度がある閾値を越えた時に起きると主張し、クラック密度（クラックテンソルの不変量）を F_0 とすると、以下のように表わ

せると考えた。

$$F_0^{(C)} = F_0^{(0)} + \Delta F_0 = C \quad (\text{一定}) \quad (6)$$

ここに、 $F_0^{(C)}$ は、破壊時のクラック密度、 $F_0^{(0)}$ は、初期のクラック密度、 ΔF_0 は、圧縮によるクラック密度の増分を表す。

クラックを含む岩石の間隙率は、クラック密度とクラックの大きさ・形状の積で表されるが、クラックの大きさと形状が一定と仮定すると、間隙率をクラック密度と等価な量と考えることができる。図4に示す一軸圧縮強度と間隙率の関係で、間隙率をクラック密度とみなすと、横軸は岩石の初期クラック密度と考えられる。縦軸をクラック密度の増分を生ぜしめる圧縮応力の増分と考えると、初期間隙率に応じた圧縮応力の増分がある臨界値に達すると必ず破壊する、つまり初期クラック密度に応じた一軸圧縮強度の最大値があることを示しているとみることができる。実際の破壊は、岩石の局所的な状態によりそれ以下の圧縮応力でも起こると考えられるので、図4のようなデータのばらつきが生じると考える。

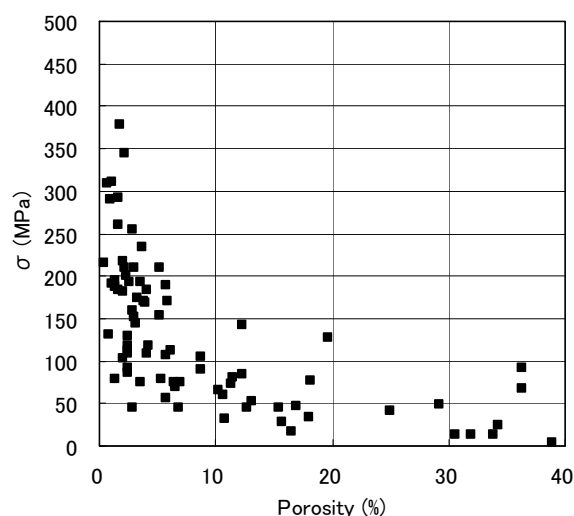


図4 国内の堆積岩の一軸圧縮強度(σ)と間隙率の関係

Oda et al. (2002)は、(6)式の解釈に、パーコレーション理論(スタウファー・アハロニー, 2001)を用いた。パーコレーション理論の閾値に当たるものがここでの臨界クラック密度と考えた。岩石のクラック密度がある臨界値に達した時に破壊が始まるということは、Chelidze (1986)も主張している。

そこで、一軸圧縮強度のモデル化にパーコレーション理論を用いることができると考え、パーコレーションの閾値をここでは臨界間隙率と考え、一軸圧縮強度の最大値と間隙率(初期クラック密度に相当する初期間隙率)との関係を、Leclaire et al. (1994)を参考に、次式で表す。

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 \left(1 - \frac{\phi}{\phi_c}\right)^\tau + \sigma_2 \frac{\phi}{\phi_c} \quad (7)$$

ここで、 σ_{\max} は、ある初期間隙率に対応した一軸圧縮強度の最大値、 σ_1 と σ_2 は、それぞれ、間隙率がゼロと臨界値の場合の一軸圧縮強度、 ϕ は初期間隙率($0 < \phi < \phi_c$)、 ϕ_c は臨界間隙率である。 τ は、パーコレーション理論で言う「べき数」である。なお、右辺の第二項はパーコレーション理論にはない項であるが、実際の岩石の場合、間隙率が臨界値に達した場合でも、強度は完全にゼロにはならないことを表すために追加した項である。しかしながら、(7)式で $\tau=1$ とした場合は、Nur et al. (1998)の言う Critical Porosity の表現式と一致することは興味深い。

(7)式を図4に示すデータに適用した結果を図5に示す。計算に使用したパラメータを表2に示す。 σ_1 は、その岩石が有する最大の一軸圧縮強度であると考えられる。Zhang (2005)は、各種岩石の一軸圧縮強度の実測値の最小値と最大値をまとめ、多くの岩種の最大値として、250-400MPa程度の値を得ており、ここで与えた450MPaも妥当な値であ

ると考える。 ϕ_c については、データへの適合度からしても、Nur et al. (1998)が示す事例を考慮しても、もう少し小さい値を使用してもよいと思われる。 σ_2 はほとんどのケースでゼロでもよいと考えるが、ここでは実測値に適合するように最大値の10%の値を与えた。 τ は、岩石の不均質性を表すパラメータと考えることができるが、ここでは、データへの適合度を考慮して決めた。 τ の物理的意味やどのような値を設定すべきかについては今後さらに検討が必要である。

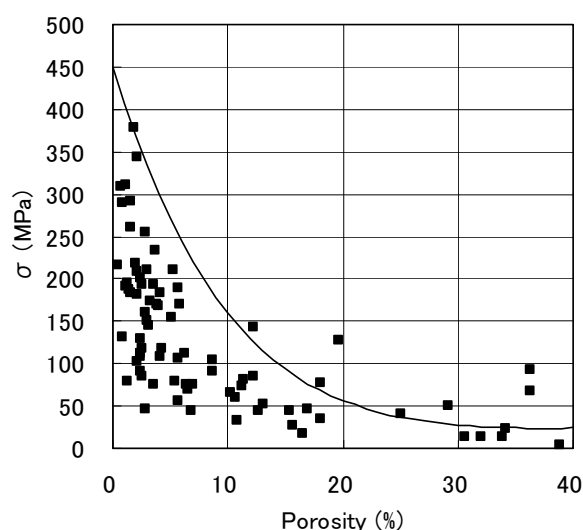


図5 一軸圧縮強度(σ)と間隙率の関係
図中の実線は、表2に示すパラメータを用いて(7)式を計算した一軸圧縮強度の最大値。

表2 計算に使用したパラメータ

σ_1	450MPa	UCS at zero porosity
σ_2	45MPa	UCS at ϕ_c
ϕ_c	0.8	Critical porosity
τ	8	

UCS: unconfined compressive strength

3.2 一軸圧縮強度と弾性波速度の関係

一軸圧縮強度の最大値（以後、単に一軸圧縮強度と呼ぶ）と間隙率の関係をモデル化できると、弾性波速度と間隙率の関係を表すモデルを用いて、弾性波速度から一軸圧縮強度を推定することができる。

図6は、図4, 5に示した同じ岩石試料を用いて測定されたP波速度と間隙率の実測データに、2章で述べた砂質頁岩モデルを用いて計算したモデル値を重ねた結果である。表3に計算に使用したパラメータを示す。ここで対象としている岩石は、P波速度の値からも分かるとおり、2章で使った堆積性軟岩と違い、比較的硬い堆積岩であるので、計算では、表1に示すパラメータのうち、粘土(clay)の値として石英(Quartz)の値を使用し、それに応じた間隙率、配位数を設定した。

図5, 6に示す両モデルから、一軸圧縮強度とP波速度の関係を求め、実測データに重ねた結果が図7である。この結果は、両モデルを用いることにより、弾性波速度からその岩石の持つ一軸圧縮強度の最大値を推定できる可能性を示している。

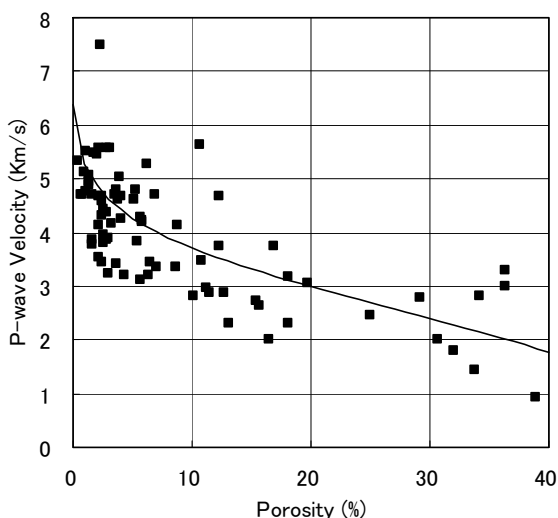


図6 P波速度と間隙率の関係
実線は、モデルによる計算結果。

表3 モデル計算に使用したパラメータ

n	6	Coordination number
ϕ_{clay}	0.4	Porosity of clay
K_{clay}	36.6 GPa	Bulk modulus of clay
G_{clay}	45 GPa	Shear modulus of clay
K_1	36.6 GPa	Bulk modulus of Quartz
G_1	45 GPa	Shear modulus of Quartz

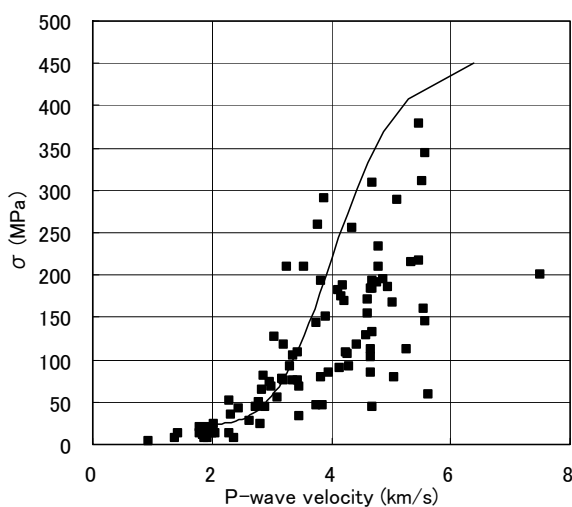


図7 一軸圧縮強度とP波速度の関係
実線は、図5, 6に示した両モデルによる計算結果。

4. まとめと今後の課題

弾性波探査で得られる動的な弾性係数から工学的に重要な変形係数や強度を合理的に推定することができれば、設計・施工に必要な広域での岩盤の力学モデルを効率的且つ精度よく構築することができる。そこで、本研究では、弾性波探査で得られる弾性波速度から堆積岩の静的ヤング率と一軸圧縮強度を推定することを目的に、検層と室内試験で得られた弾性波速度データを用いてモデル化の検討を行った。

静的ヤング率の計算では、弾性係数の非線形性

を表すために粒子間のすべりを表わすパラメータを砂質頁岩モデルに導入し、実測データを説明できる結果を得た。一軸圧縮強度については、パーコレーション理論の考え方を用いて、実測データに見られる一軸圧縮強度の最大値を説明できる可能性を示した。弾性波速度と間隙率をベースにしたモデルを併用することにより、弾性波速度から合理的に一軸圧縮強度の最大値を推定できる可能性を示した。

今回の検討は未だ十分でない点が多い。静的ヤング率のモデル化では、Hertz-Mindlin モデルに粒子間のすべりを取り込み、せん断弾性係数を変化させたが、体積弾性係数の効果は無視した。また、どの程度の非線形性まで考慮できるかについては検討していない。今後、実データへの適用を積み重ね、適用限界を明確にしていく必要がある。

一軸圧縮強度については、パーコレーション理論を利用してモデル化を行ったが、パラメータの物理的意味や値の範囲については十分な検討を行っていない。理論的および実データに基づいた検討を引き続き行う予定である。また、拘束圧のかかった三軸状態での破壊強度についてのモデル化についても検討を行いたい。

参考文献

- Avseth, P., Mukerji, T. and Mavko, G. (2005): Quantitative seismic interpretation, Cambridge University Press.
- Chelidze T.L. (1986): Percolation theory as a tool for imitation of fracture process in rocks, PAGEOPH, 124, 731-748.
- Hashin, Z. and Shtrikman, S. (1963): A variational approach to the elastic behavior of multiphase materials, *J. Mech. Phys. Solids*, 11, 127-140.
- 金子誠, 高橋亨(2008): ロックフィジックスデジタルライブラリー, 深田地質研究所年報, No. 9.
- Leclaire, Ph., Cohen-Tenoudji, F. and Aguirre-Puente, J. (1994): Extension of Biot's theory of wave propagation to frozen porous media, *J. Acoust. Soc. Am.*, 96, 3753-3768.
- Marion, D., Nur, A., Yin, H. and Han, D. (1992): Compressional velocity and porosity in sand-clay mixtures, *Geophysics*, 57, 4, 554-563.
- Mavko, G., Mukerji, T. and Dvorkin, J. (2009): The rock physics handbook, second edition, Cambridge University Press.
- Mindlin, R. D. (1949): Compliance of elastic bodies in contact, *J. Appl. Mech.*, 16, 259-268.
- Nur, A., Mavko, G. and Dvorkin J. (1998): Critical porosity: A key to relating physical properties to porosity in rocks, *The leading Edge*, 17, 357-362.
- Oda, M. and Iwashita, K. editors (1999): Mechanics of granular materials, An introduction, Balkema.
- Oda, M., Katsube, T., Takemura, T. (2002): Microcrack evolution and brittle failure of Inada granite in triaxial compression tests at 140MPa, *J. Geophys. Res.*, 107(B10), 9-1 - 9-17.
- スタウファー, D.・アハロニー, A. (小田垣孝訳), 2001, パーコレーションの基本原理, 吉岡書店.
- 須藤宏, 田中利和, 近藤達敏(2005): 山岳トンネル地質調査における弾性波速度による変形特性評価, 日本応用地質学会研究発表会講演論文集, 345-346.

高橋亨, 田中莊一(2007): 地盤工学における物理探査データのロックフィジックスをベースにした解釈技術に関する研究—岩石物性データの収集と予備的解析—, 深田地質研究所年報, No. 8, 109-129.

高橋亨, 田中莊一(2008): 地盤工学における物理探査データのロックフィジックスをベースにした解釈技術に関する研究(その2)—堆積性軟岩の岩石モデル解析—, 深田地質研究所年報, No. 9, 149-160.

高橋亨, 田中莊一(2009): 地盤工学における物理探査データのロックフィジックスをベースにした解釈技術に関する研究(その3)—土質地盤への岩石モデルの適用性に関する検討—, 深田地質研究所年報, No. 10, 123-132.

竹村貴人, 小田匡寛(2002): マイクロクラックの3次元構造解析による花崗岩質岩石の脆性破壊機構, 地質学雑誌, 108, 453-464.

Zhang, L. (2005): Engineering properties of rocks, Elsevier.